

含摩擦界面复合材料输流管道非线性振动分析¹⁾乔逸飞 瞿叶高²⁾ 高鹏林 彭志科

(上海交通大学机械系统与振动全国重点实验室, 上海 200240)

摘要 针对含摩擦界面复合材料输流管道流固耦合动力学问题, 基于 Reissner 薄壳理论和对流波动方程建立了纤维增强复合材料管道和流体介质的动力学方程, 采用宏观滑移摩擦模型刻画管道摩擦界面上的非线性摩擦力分布, 发展轴对称半解析有限元方法来构建含摩擦界面复合材料输流管道非线性动力学模型, 研究了流体载荷和摩擦界面等对管道非线性振动响应的影响. 结果表明, 含摩擦界面复合材料输流管道摩擦界面上点的滞回曲线由两个对称的黏滞区域和两个对称的滑移区域组成, 摩擦界面的黏滞-滑移切换导致输流管道振动响应除包含激励频率外, 还包含一系列奇次超谐波; 随着界面摩擦系数增大, 输流管道基频处的轴向振幅减小, 法向振幅增大, 而 3 次超谐波处的轴向及法向振幅先增大后减小; 随着界面摩擦刚度增大, 输流管道基频及 3 次超谐波处的轴向振幅先减小后增大; 来流速度主要影响含摩擦界面输流管道的法向振动, 对管道的轴向振动影响很小.

关键词 复合材料输流管道, 摩擦界面, 黏滞-滑移运动, 非线性振动, 半解析有限元方法

中图分类号: TB123, O322

文献标识码: A

DOI: 10.6052/0459-1879-24-349

CSTR: 32045.14.0459-1879-24-349

NONLINEAR VIBRATION ANALYSIS OF A COMPOSITE PIPE CONVEYING FLUID WITH FRICTION INTERFACE¹⁾Qiao Yifei Qu Yegao²⁾ Gao Penglin Peng Zhike

(State Key Laboratory of Mechanical System and Vibration, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China)

Abstract To solve the fluid-structure interaction dynamics of a composite pipe conveying fluid with friction interface, an axisymmetric semi-analytical finite element method is developed to construct a nonlinear dynamic model. The dynamic equations of fiber-reinforced composite pipe and fluid medium are established based on the Reissner's thin shell theory and the convected wave equation. A macro-slip friction model is adopted to describe the distribution of nonlinear frictional forces on the friction interface. The effects of fluid load and friction interface on the nonlinear vibration response of the pipe conveying fluid are examined. The results show that the hysteresis loop of points on the friction interface of the composite pipe conveying fluid with friction interface consists of two symmetric stick regions and two symmetric slip regions. The stick-slip transition of the friction interface causes the vibration response of the pipe conveying fluid to contain not only the excitation frequency but also a series of odd-order super-harmonics. As the friction coefficient of the interface increases, the axial vibration amplitude of the pipe conveying fluid at the fundamental frequency decreases while the normal vibration amplitude increases, and both the axial and normal vibration amplitudes

2024-07-22 收稿, 2024-10-17 录用, 2024-10-18 网络版发表.

1) 国家自然科学基金(U2141244, 11922208, 11932011 和 12121002)和深蓝计划重点项目(SL2021ZD104)资助.

2) 通讯作者: 瞿叶高, 教授, 主要研究方向为非线性动力学与控制等. E-mail: quyegao@sjtu.edu.cn

引用格式: 乔逸飞, 瞿叶高, 高鹏林, 彭志科. 含摩擦界面复合材料输流管道非线性振动分析. 力学学报, 2024, 56(11): 3312-3323

Qiao Yifei, Qu Yegao, Gao Penglin, Peng Zhike. Nonlinear vibration analysis of a composite pipe conveying fluid with friction interface. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2024, 56(11): 3312-3323

of the pipe conveying fluid at the third-order super-harmonic first increase and then decrease. As the friction stiffness of the interface increases, the axial vibration amplitude of the pipe conveying fluid at the fundamental frequency and the third-order super-harmonic first decreases and then increases. The flow velocity mainly affects the normal vibration of the pipe conveying fluid with friction interface and has little impact on the axial vibration of the pipe.

Key words composite pipe conveying fluid, friction interface, stick-slip motion, nonlinear vibration, semi-analytical finite element method

引言

复合材料具有比强度高、比模量大、抗疲劳、耐腐蚀和可设计性强等诸多传统各向同性金属材料所不具备的优点^[1], 被广泛应用于航空航天、海洋工程和核电等领域输流管道设计中. 输流管道与流体压力相互作用, 导致管道产生流固耦合振动, 对管道系统安全性带来隐患^[2-5]. 输流管道的支撑结构一般为管卡或者卡箍, 在管道振动过程中此类结构因承受了过大载荷而产生过度变形, 导致管卡松动形成摩擦接触界面, 其是导致输流管道破坏或损伤的主要原因. 含摩擦界面复合材料输流管道涉及了非光滑系统流固强耦合振动, 蕴含着丰富的非线性动力学行为, 其研究对指导复合材料管道系统及支承结构的设计具有重要意义.

国内外学者针对充液复合材料管道和含液复合材料圆柱壳的振动特性进行了广泛研究. Sharma 等^[6]建立了含有无黏不可压缩流体的层合圆柱壳自由振动计算模型, 考虑了壳体的横向剪切和转动惯量, 研究了边界条件、壳内液体高度等对壳体自由振动特性的影响. Xi 等^[7]基于 Hamilton 变分原理推导了含可压缩流体复合材料圆柱壳的动力学方程, 采用半解析方法研究了部分充液的层合圆柱壳自由振动. Kochupillai 等^[8]基于半解析有限元方法建立了含液复合壳体的数值模型, 讨论了不同边界条件及不同几何参数对壳体自由振动特性的影响. Kadoli 等^[9]采用半解析有限元方法研究了输送热流体的复合材料圆柱壳的自由振动和屈曲特性. Toorani 等^[10]研究了各向异性层合圆柱壳部分充液、完全充液和受流动流体作用时的流致振动特性, 但只考虑了 $n = 0, 1$ 两种周向波数. Alijani 等^[11]基于高阶剪切变形理论和能量方法研究了充液层合圆柱壳的非线性受迫振动以及 1: 1: 1 内共振现象. Miramini 等^[12]研究了含有压电层的复合材料层合圆柱壳在内部不可压缩流体作用下的振动特性, 并分析了流体流动对系统

稳定性的影响. Zhu 等^[13]采用动态刚度法研究了部分充液或被静止流体包围的复合材料圆柱壳的自由振动, 分析了材料特性、液体高度对圆柱壳振动特性的影响. Guo 等^[14]研究了在亚临界和超临界状态下筒支充液复合材料管道在时变轴向张力作用下的非线性动力学特性, 分析了轴向张力和纤维取向角对屈曲频率、临界流速和静态屈曲位移的影响. Zhou 等^[15]考虑几何大变形并利用 Galerkin 方法建立了含弹性边界复合材料输流管的动力学模型, 采用同伦分析方法进行了解析近似求解, 研究了输流管的稳定性和非线性振动特性. Heshmati 等^[16]研究了流速分布不均匀性对功能梯度材料椭圆截面输流管道稳定性的影响. Chang 等^[17]研究了碳纳米增强复合材料含液管道的稳定性和非线性振动特性, 分析了在不同碳纳米材料分布方式和不同管壁厚度下, 流速对管道固有频率的影响. Yadav 等^[18]研究了充满流体的复合材料层合圆柱壳在轴向谐波载荷作用下的动态不稳定性及非线性振动特性. Wang 等^[19]研究了纤维增强复合材料管道在固液两相流作用下的非线性振动和后屈曲行为, 分析了液相速度、滑移比、液固两相体积分数和纤维取向角等对管道非线性振动的影响.

对于含摩擦界面的薄壁弹性结构非线性振动, 国内外学者也开展了相关研究. He 等^[20]建立了考虑相邻叶片冠部摩擦和碰撞的叶片组集总质量模型, 研究了航空发动机带冠叶片组的受迫振动. Won 等^[21]对横向运动梁的黏滑振动问题进行了数值分析, 考虑了黏滑切换和摩擦力的不连续性, 研究了黏滑振动的频率特征与梁固有频率的关系. Xie 等^[22]基于有限元方法采用宏观滑移摩擦模型对含摩擦边界复合材料层合板的颤振问题进行了数值建模, 研究了摩擦界面参数对层合板颤振响应的影响. Qu 等^[23]通过数值建模研究了含摩擦边界复合材料层合板在黏滑运动下的非线性结构和声学响应, 采用宏观滑移摩擦模型描述摩擦界面的黏滑运动, 分析了预紧

力、摩擦系数和摩擦刚度对复合材料层合板结构和声学响应的影响. Zhang 等^[24]研究了在气动力、声载荷和热载荷共同作用下含摩擦边界复合材料层合板的非线性振动问题,分析了气动力、声载荷、热载荷和摩擦界面位置对振动响应的影响. Tüfekci 等^[25]重点考虑支承接触界面处干摩擦的作用,将接触相互作用简化为合成点载荷,采用 Jenkins 摩擦模型来模拟接触界面处的摩擦,通过解析方法研究了非理想支承下矩形截面直梁的振动特性.

迄今,针对含摩擦界面复合材料输流管道非线性振动问题的有关研究尚未见报道,人们对于摩擦界面诱发的输流管道复杂非线性动力学响应特性与机理尚不清晰.本文基于 Reissner 薄壳理论和对流波动方程建立了管道和流体介质的动力学方程,采用宏观滑移摩擦模型来刻画输流管道卡箍摩擦界面的黏滞和滑移特性,应用半解析有限元方法构建了含摩擦界面复合材料充液管道非线性动力学数值计算模型,研究了内流和外力联合作用下复合材料输流管道摩擦界面的黏滞-滑移运动及其非线性动力学响应特性,分析了界面摩擦系数、界面摩擦刚度和来流速度等对复合材料输流管道非线性振动响应的影响规律,以为含摩擦界面复合材料输流管道的设计和振动控制研究等提供参考依据.

1 含摩擦界面复合材料输流管道动力学建模

1.1 模型描述

本文考虑的复合材料输流管道如图 1 所示.管道由 N 层纤维增强复合材料制成,其长度为 L ,中曲面半径为 R ,厚度为 h .输流管道内部存在沿管道轴向匀速流动的液体,其轴向流速为 U_x ,密度为 ρ_f ,声速为 c .在圆柱壳左端中心建立柱坐标系, x 为轴向, θ 为周向, z 为径向. z_{k+1} 和 z_k 分别表示管道第 k 铺层上表面和下表面的 z 坐标.输流管道的支承结构为管卡,其与管道表面存在接触摩擦作用.不失一般性,假设管卡的摩擦接触区域位于管道外表面 $x = x_f$ 截面圆上 $\theta_{f1} < \theta < \theta_{f2}$ 的圆弧段内,如图 2 所示.除流动作用外,还考虑了外部机械激励力对管道的作用.

采用 Reissner 薄壳理论^[26]来描述复合材料管道的结构变形.基于 Kirchhoff-Love 假设,复合材料层合圆柱壳体内任意一点的位移分量可以写为^[27]

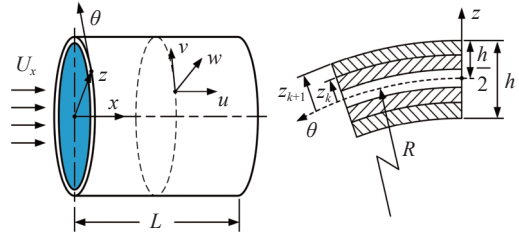


图 1 复合材料输流管道模型

Fig. 1 Model of a composite pipe conveying fluid

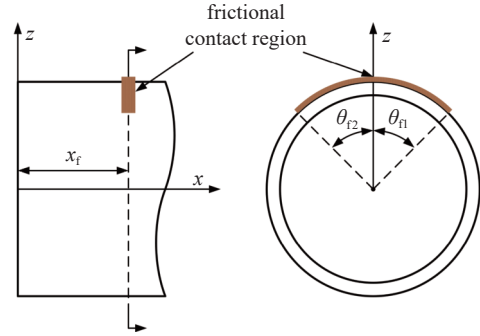


图 2 管卡摩擦接触区域

Fig. 2 Frictional contact region of the pipe strap

$$\left. \begin{aligned} \bar{u}(x, \theta, z, t) &= u(x, \theta, t) - z \frac{\partial w(x, \theta, t)}{\partial x} \\ \bar{v}(x, \theta, z, t) &= \left(1 + \frac{z}{R}\right) v(x, \theta, t) - \frac{z}{R} \frac{\partial w(x, \theta, t)}{\partial \theta} \\ \bar{w}(x, \theta, z, t) &= w(x, \theta, t) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中, \bar{u} , \bar{v} 和 \bar{w} 分别表示层合壳内任意一点沿 x , θ 和 z 方向的位移分量; u , v 和 w 分别表示层合壳中曲面上任意一点沿 x , θ 和 z 方向的位移分量.

基于 Reissner 薄壳理论,复合材料输流管道的应变可写为

$$\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{xx}^{(0)} + z\chi_x \quad (2)$$

$$\varepsilon_{\theta\theta} = \varepsilon_{\theta\theta}^{(0)} + z\chi_\theta \quad (3)$$

$$\gamma_{x\theta} = \gamma_{x\theta}^{(0)} + z\chi_{x\theta} \quad (4)$$

式中, $\varepsilon_{xx}^{(0)}$, $\varepsilon_{\theta\theta}^{(0)}$ 和 $\gamma_{x\theta}^{(0)}$ 为中曲面的薄膜应变分量; χ_x , χ_θ 和 $\chi_{x\theta}$ 为中曲面的弯曲应变分量.上述应变分量的表达式为

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{xx}^{(0)} &= \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \varepsilon_{\theta\theta}^{(0)} = \frac{1}{R} \left(\frac{\partial v}{\partial \theta} + w \right) \\ \gamma_{x\theta}^{(0)} &= \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{R} \frac{\partial u}{\partial \theta}, \quad \chi_x = -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ \chi_\theta &= \frac{1}{R^2} \left(\frac{\partial v}{\partial \theta} - \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right), \quad \chi_{x\theta} = \frac{1}{R} \left(\frac{\partial v}{\partial x} - 2 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial \theta} \right) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

复合材料输流管道中每一铺层材料是正交各向

异性的, 第 k 层材料的本构方程为^[28]

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{\theta\theta} \\ \sigma_{x\theta} \end{bmatrix}^{(k)} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11}^{(k)} & \bar{Q}_{12}^{(k)} & \bar{Q}_{16}^{(k)} \\ \bar{Q}_{12}^{(k)} & \bar{Q}_{22}^{(k)} & \bar{Q}_{26}^{(k)} \\ \bar{Q}_{16}^{(k)} & \bar{Q}_{26}^{(k)} & \bar{Q}_{66}^{(k)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{\theta\theta} \\ \gamma_{x\theta} \end{bmatrix}^{(k)} \quad (6)$$

式中, σ_{xx} , $\sigma_{\theta\theta}$ 和 $\sigma_{x\theta}$ 分别为复合材料层合壳体的面内应力分量和剪应力分量. $\bar{Q}_{ij}^{(k)}$ ($i, j = 1, 2, 6$) 为第 k 层材料转换后的刚度系数, 其详细表达式参见文献 [28].

1.2 管道非线性动力学建模

含摩擦界面复合材料输流管道的动力学方程可由 Hamilton 原理得出

$$\int_{t_1}^{t_2} (\delta T - \delta U + \delta W_m + \delta W_f + \delta W_{fluid}) dt = 0 \quad (7)$$

其中, T 和 U 分别表示输流管道的动能和应变能; W_m , W_f 和 W_{fluid} 分别表示由外部机械力、管卡界面摩擦力和管道内部流体载荷所做的功.

复合材料输流管道的动能和应变能可写为

$$T = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \int_{z_k}^{z_{k+1}} \iint_S \rho^k (\dot{u}^2 + \dot{v}^2 + \dot{w}^2) dS dz \quad (8)$$

$$U = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \int_{z_k}^{z_{k+1}} \iint_S (\sigma_{xx} \varepsilon_{xx} + \sigma_{\theta\theta} \varepsilon_{\theta\theta} + \sigma_{x\theta} \gamma_{x\theta}) dS dz \quad (9)$$

式中, ρ^k 为第 k 层材料密度, S 表示壳体中曲面.

将式 (2) ~ 式 (4) 及式 (6) 代入式 (9), 可将应变能改写为

$$U = \frac{1}{2} \iint_S (\mathbf{Q}_0 \boldsymbol{\varepsilon}^{(0)} + \mathbf{Q}_1 \boldsymbol{\chi}) dS \quad (10)$$

式中, \mathbf{Q}_0 和 \mathbf{Q}_1 表示广义内力向量, 写成

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{Q}_0 &= \begin{bmatrix} N_x & N_\theta & N_{x\theta} \end{bmatrix} = \\ &\sum_{k=1}^N \int_{z_k}^{z_{k+1}} \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{\theta\theta} & \sigma_{x\theta} \end{bmatrix} dz \\ \mathbf{Q}_1 &= \begin{bmatrix} M_x & M_\theta & M_{x\theta} \end{bmatrix} = \\ &\sum_{k=1}^N \int_{z_k}^{z_{k+1}} z \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{\theta\theta} & \sigma_{x\theta} \end{bmatrix} dz \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

$\boldsymbol{\varepsilon}^{(0)}$ 和 $\boldsymbol{\chi}$ 表示广义应变向量, 写成

$$\boldsymbol{\varepsilon}^{(0)} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^{(0)} & \varepsilon_{\theta\theta}^{(0)} & \gamma_{x\theta}^{(0)} \end{bmatrix}^T, \quad \boldsymbol{\chi} = \begin{bmatrix} \chi_x & \chi_\theta & \chi_{x\theta} \end{bmatrix}^T \quad (12)$$

广义内力向量与广义应变向量存在如下关系

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Q}_0^T \\ \mathbf{Q}_1^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_0 & \mathbf{A}_1 \\ \mathbf{A}_1^T & \mathbf{A}_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}^{(0)} \\ \boldsymbol{\chi} \end{bmatrix} \quad (13)$$

式中, 弹性刚度系数矩阵 \mathbf{A}_i ($i = 0, 1, 4$) 与管道的弹性刚度系数有关, 可表示为统一形式

$$\mathbf{A}_i = \begin{bmatrix} A_i^{11} & A_i^{12} & A_i^{16} \\ A_i^{12} & A_i^{22} & A_i^{26} \\ A_i^{16} & A_i^{26} & A_i^{66} \end{bmatrix} \quad (14)$$

其中

$$[A_0^{ij}, A_1^{ij}, A_4^{ij}] = \sum_{k=1}^N \int_{z_k}^{z_{k+1}} [1, z, z^2] \bar{Q}_{ij}^{(k)} dz \quad (15)$$

以集中点载荷为例, 讨论外部机械力所做的虚功. 假设有一个集中点载荷作用于 $x = x_0$, $\theta = \theta_0$ 处, 其沿 x , θ 和 z 方向的载荷分量分别为 F_u , F_v 和 F_w , 则外部机械力所做的虚功可以表示为

$$\delta W_m = \hat{\delta}(x - x_0, \theta - \theta_0) (\delta u F_u + \delta v F_v + \delta w F_w) \quad (16)$$

摩擦力所做的虚功可以表示为

$$\delta W_f = \int_{\theta_{f1}}^{\theta_{f2}} \hat{\delta}(x - x_f) \delta u F_f d\theta \quad (17)$$

式中, F_f 表示摩擦力, 狄拉克函数 $\hat{\delta}$ 用于定义摩擦力的位置.

采用宏观滑移摩擦模型来计算作用在摩擦界面上的摩擦力, 将摩擦约束离散为 m 个宏观滑移摩擦模型, 如图 3 所示. 根据管道振动幅度的不同, 摩擦界面可能处于黏滞状态或滑移状态. 当管道振动产生的弹性力小于临界摩擦力时, 摩擦界面处于黏滞状态, 可等效为刚度为 k_f 的线弹性支承边界; 当弹性力大于临界摩擦力时, 摩擦界面转换为滑移状态, 此时接触面间发生滑移, 并产生一个大小等于接触面

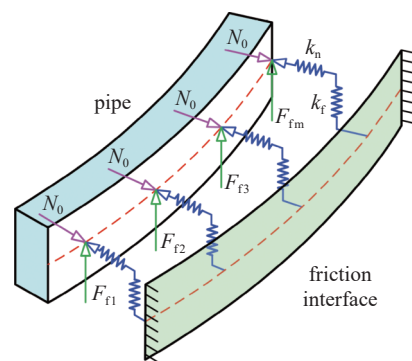


图 3 管卡界面宏观滑移摩擦模型

Fig. 3 Macro-slip friction model of pipe strap interface

摩擦系数 μ 和正压力 N_f 乘积的动摩擦力. 根据宏观滑移摩擦模型得到的摩擦力为^[29]

$$F_f = \begin{cases} -k_f(\hat{u} - \bar{u}), & k_f|\hat{u} - \bar{u}| < \mu N_f \quad (\text{stick state}) \\ -\mu N_f \text{sgn}(\dot{\hat{u}}), & k_f|\hat{u} - \bar{u}| \geq \mu N_f \quad (\text{slip state}) \end{cases} \quad (18)$$

式中, k_f 表示管道发生轴向相对运动时的摩擦刚度, μ 表示界面摩擦系数, N_f 表示摩擦界面处的正压力, \hat{u} 和 \bar{u} 分别表示摩擦界面处管道的位移和摩擦界面上接触点的位移.

考虑到摩擦界面处管道存在法向位移, 在振动过程中, 随着管道法向位移的变化, 摩擦界面处的正压力处于动态变化中, 可由下式计算

$$N_f = k_n w + N_0 \quad (19)$$

式中, k_n 表示摩擦界面处的法向接触刚度, N_0 表示摩擦界面处的初始正压力.

摩擦界面上接触点的速度 $\dot{\hat{u}}$ 由下式确定

$$\dot{\hat{u}} = \begin{cases} 0, & k_f|\hat{u} - \bar{u}| < \mu N_f \quad (\text{stick state}) \\ \dot{\hat{u}}, & k_f|\hat{u} - \bar{u}| \geq \mu N_f \quad (\text{slip state}) \end{cases} \quad (20)$$

采用半解析有限元方法对含摩擦界面的复合材料管道进行非线性动力学建模. 由于管道在几何上是轴对称的, 其位移变量可在周向采用 Fourier 级数展开, 只需将其在轴向进行离散即可. 使用两节点“梁状壳”单元^[30]对管道进行空间离散, 对轴向位移分量 u 和周向位移分量 v 采用线性插值, 对径向位移分量 w 采用 Hermite 函数进行插值. 结构单元内任意一点的位移可由下式表示

$$\left. \begin{aligned} u(x, \theta, t) &= \sum_{n=0}^{n_c} [U(x) \cos(n\theta) \mathbf{u}_1(t) + U(x) \sin(n\theta) \mathbf{u}_2(t)] \\ v(x, \theta, t) &= \sum_{n=0}^{n_c} [V(x) \sin(n\theta) \mathbf{v}_1(t) + V(x) \cos(n\theta) \mathbf{v}_2(t)] \\ w(x, \theta, t) &= \sum_{n=0}^{n_c} [W(x) \cos(n\theta) \mathbf{w}_1(t) + W(x) \sin(n\theta) \mathbf{w}_2(t)] \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

式中, n 为周向波数; n_c 为周向波数截断数; $U(x)$, $V(x)$ 和 $W(x)$ 分别为各位移分量对应的形状函数矩阵; $\mathbf{u}_1(t)$, $\mathbf{v}_1(t)$, $\mathbf{w}_1(t)$ 和 $\mathbf{u}_2(t)$, $\mathbf{v}_2(t)$, $\mathbf{w}_2(t)$ 分别为各位移分量对应的对称模态节点位移向量和反对称模态节点位移向量.

在外部机械力和流体载荷的联合作用下, 含摩擦界面复合材料管道的结构动力学方程可写为

$$\mathbf{M}_s \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}_s \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}_s \mathbf{q} = \mathbf{F}_m + \mathbf{F}_f + \mathbf{F}_{\text{fluid}} \quad (22)$$

式中, \mathbf{q} , $\dot{\mathbf{q}}$ 和 $\ddot{\mathbf{q}}$ 分别为管道位移向量、速度向量和加速度向量; \mathbf{M}_s 和 \mathbf{K}_s 分别为质量矩阵和刚度矩阵. 采用 Rayleigh 阻尼模型描述管道的结构阻尼, 阻尼矩阵 $\mathbf{C}_s = \alpha \mathbf{M}_s + \beta \mathbf{K}_s$, 其中 α 和 β 为阻尼系数. \mathbf{F}_m , \mathbf{F}_f 和 $\mathbf{F}_{\text{fluid}}$ 分别为外部机械力向量、摩擦力向量和流体载荷向量.

1.3 管内流体动力学建模

假设管内流体质点的振动速度和压力脉动较小, 考虑流体的可压缩性, 采用对流波动方程来刻画管内流体的运动特性. 基于速度势 ϕ 描述管内流体的运动方程为

$$\nabla^2 \phi - \frac{1}{c^2} \left(\frac{\partial}{\partial t} + U_x \frac{\partial}{\partial x} \right)^2 \phi = 0 \quad (23)$$

式中, ∇^2 表示柱坐标系下的拉普拉斯算子.

复合材料管道与内部流体在耦合界面上的法向速度应保持连续, 有如下关系

$$V_r = \left. \frac{\partial \phi}{\partial r} \right|_{r=R} = \frac{\partial w}{\partial t} + U_x \frac{\partial w}{\partial x} \quad (24)$$

其中, V_r 表示流体质点的法向速度.

基于 Galerkin 方法建立式 (23) 的积分弱形式

$$\iiint_V \left[(1 - M_a^2) \frac{\partial \delta \phi}{\partial x} \frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial \delta \phi}{\partial \theta} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} + \frac{\partial \delta \phi}{\partial r} \frac{\partial \phi}{\partial r} - \delta \phi \frac{2U_x}{c^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t \partial x} - \delta \phi \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} \right] dV = 0 \quad (25)$$

其中, $\delta \phi$ 为速度势的势函数.

采用半解析有限元方法对管内流体进行动力学建模. 由于流体域在几何上是轴对称的, 速度势可在周向采用 Fourier 级数展开, 只需将其在轴向和径向进行离散即可. 使用 4 节点四边形单元对流体域进行空间离散, 对速度势 ϕ 采用双线性插值. 复合材料管道和管内流体的有限元离散如图 4 所示. 流体单元内任意一点的速度势 ϕ 可由下式表示

$$\phi(x, \theta, z, t) = \sum_{n=0}^{n_c} [N(x, z) \cos(n\theta) \boldsymbol{\phi}_1(t) + N(x, z) \sin(n\theta) \boldsymbol{\phi}_2(t)] \quad (26)$$

式中, $N(x, z)$ 为速度势 ϕ 的形状函数矩阵, $\boldsymbol{\phi}_1(t)$ 和 $\boldsymbol{\phi}_2(t)$ 分别为对称模态节点速度势向量和反对称模态节点速度势向量.

利用式 (24) 的流固耦合界面条件, 得到管内流

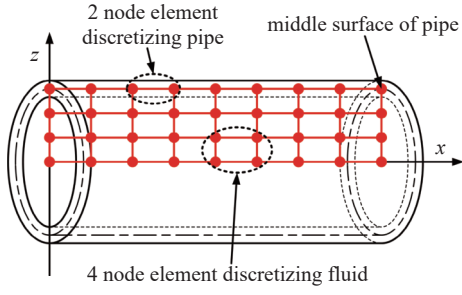


图 4 管道和流体的有限元离散

Fig. 4 Finite element discretization of pipe and fluid

体的动力学方程

$$M_f \ddot{\phi} + C_f \dot{\phi} + K_f \phi - C_{fs} T \dot{q} - K_{fs} T q = 0 \quad (27)$$

式中, ϕ , $\dot{\phi}$ 和 $\ddot{\phi}$ 分别为速度势向量、速度势一阶导数向量和速度势二阶导数向量; M_f , C_f 和 K_f 分别为流体质量矩阵、流体阻尼矩阵和流体刚度矩阵; C_{fs} 和 K_{fs} 分别为流固耦合阻尼矩阵和流固耦合刚度矩阵; T 为变换矩阵.

流体的脉动压力 p 表示为

$$p = -\rho \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} + U_x \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) \quad (28)$$

式 (7) 中流体载荷所做的虚功可表示为

$$\begin{aligned} \delta W_{\text{fluid}} = & \int_0^L \int_0^{2\pi} \delta w p R d\theta dx = \\ & - \int_0^L \int_0^{2\pi} \delta w \rho \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} + U_x \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) R d\theta dx \end{aligned} \quad (29)$$

最终得到流体载荷向量的表达式为

$$F_{\text{fluid}} = -T^T C_{sf} \dot{\phi} - T^T K_{sf} \phi \quad (30)$$

式中, C_{sf} 和 K_{sf} 分别为流固耦合阻尼矩阵和流固耦合刚度矩阵.

将管道的结构动力学方程重写为

$$M_s \ddot{q} + C_s \dot{q} + K_s q + T^T C_{sf} \dot{\phi} + T^T K_{sf} \phi = F_m + F_f \quad (31)$$

1.4 流固耦合非线性模型数值计算

联立式 (27) 和式 (31), 得到含摩擦界面复合材料输流管道流固耦合非线性动力学方程

$$\begin{bmatrix} M_s & 0 \\ 0 & M_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q} \\ \ddot{\phi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_s & T^T C_{sf} \\ -C_{fs} T & C_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_s & T^T K_{sf} \\ -K_{fs} T & K_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q \\ \phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_m + F_f \\ 0 \end{bmatrix} \quad (32)$$

采用 Newmark- β 方法对式 (32) 进行求解, 求解过程中的一项重要问题是摩擦力向量 F_f 的计算. 根

据式 (20) 可知, 需要首先确定 \dot{u} , 进而得到 \ddot{u} , 随后可由式 (18) 计算摩擦力. 在本研究中, 摩擦界面处管道的位移 \hat{u} 按以下步骤实现时间推进:

(1) 假设在下一时间步 t_{n+1} 时刻摩擦界面处于黏滞状态, 则 $\hat{u}^{n+1} = \hat{u}^n$;

(2) 由下式计算 t_{n+1} 时刻的摩擦力 F_f^{n+1}

$$F_f^{n+1} = \begin{cases} -k_f(\hat{u}^n - \tilde{u}^{n+1}), & k_f|\hat{u}^n - \tilde{u}^{n+1}| < \mu N_f^n \\ -\mu N_f \text{sgn}(\dot{\hat{u}}^n), & k_f|\hat{u}^n - \tilde{u}^{n+1}| \geq \mu N_f^n \end{cases} \quad (33)$$

(3) 将 F_f^{n+1} 代入式 (32), 试算 t_{n+1} 时刻摩擦界面处管道的位移 \hat{u}^{n+1} 及正压力 N_f^{n+1} ;

(4) 由下式计算 t_{n+1} 时刻接触点的位移 \tilde{u}^{n+1}

$$\tilde{u}^{n+1} = \begin{cases} \hat{u}^n, & k_f|\hat{u}^{n+1} - \tilde{u}^{n+1}| < \mu N_f^{n+1} \\ \hat{u}^{n+1} - \hat{u}^n + \tilde{u}^n, & k_f|\hat{u}^{n+1} - \tilde{u}^{n+1}| \geq \mu N_f^{n+1} \end{cases} \quad (34)$$

(5) 将步骤 (3) 和 (4) 中得到的 \hat{u}^{n+1} , N_f^{n+1} 和 \tilde{u}^{n+1} 代入式 (18), 得到 t_{n+1} 时刻的摩擦力, 并确定 t_{n+1} 时刻摩擦界面的状态 (黏滞/滑动);

(6) 将步骤 (5) 中得到的新的摩擦力 F_f^{n+1} 代入式 (32), 便可最终确定 t_{n+1} 时刻管道的位移 \hat{u}^{n+1} .

2 模型验证

2.1 数值算例

对所提出的含摩擦界面复合材料输流管道的非线性动力学建模方法进行验证. 考虑含有一个摩擦区域、 $[0^\circ/90^\circ/0^\circ]$ 复合材料层合管道, 管道长度 $L = 2$ m, 中曲面半径 $R = 0.1$ m, 厚度 $h = 0.005$ m; 每个铺层具有相同的厚度和材料参数, 材料参数为: $E_1 = 2.5E_2$, $E_2 = 7.6$ GPa, $G_{12} = 4.1$ GPa, $\mu_{12} = 0.26$ 和 $\rho = 1643$ kg/m³ [31]. 管内流体的声速 $c = 1500$ m/s, 密度 $\rho_f = 1000$ kg/m³, 轴向流速 $U_x = 10$ m/s. 管道的边界条件为: $x = 0$ 边界上施加轴向弹性边界条件, 轴向刚度 $k_a = 1.0 \times 10^9$ N/m; $x = L$ 边界上施加简支边界条件. 圆柱外表面 $x = 0.6L$ 处, $\theta = -60^\circ \sim 60^\circ$ 的圆弧区域为摩擦界面, 将摩擦约束均匀离散为 25 个宏观滑移摩擦模型. 管道两端开放, 其余边界自由. 摩擦界面的初始正压力 $N_0 = 6$ N, 摩擦系数 $\mu = 0.1$, 摩擦刚度 $k_f = 5.0 \times 10^7$ N/m, 法向接触刚度 $k_n = 5.0 \times 10^6$ N/m. 管道受到作用于 $x = L$ 边界上的轴向均布载荷 $F_u(t) = F_0 \sin(2\pi f_0 t)$, 简谐力的幅值和频率分别为 $F_0 = 100$ N/m 和 $f_0 = 100$ Hz. 无量纲时间 τ 定义为 $\tau = t/T_0$, 其中 $T_0 = 1/f_0$.

2.2 收敛性分析和模型验证

采用不同网格尺寸和时间步长来分析计算结果的收敛性. 图 5 给出了不同网格尺寸和时间步长下管道的法向位移响应. 网格 140×4 表示管道轴向离散为 140 个单元, 在轴向和径向将管内流体离散为 140 个和 4 个单元; Δt 表示时间步长. 计算中, 周向波数截断数 $n_c = 8$. 图 5 中, 管道振动响应提取于 $[x, \theta, z] = [0.6L, 0^\circ, R]$ 点处. 由图 5 可以发现, 随着网格尺寸和时间步长的减小, 计算结果均趋于收敛. 采用网格 140×4 和网格 280×8 计算得到的管道振动响应幅值相对误差小于 0.5%, 而由 $\Delta t = T_0/200$ 和 $T_0/400$ 计算得到的管道振动响应幅值相对误差小于 0.5%. 考虑计算精度和效率, 后续数值计算均采用网格 140×4 和时间步长 $\Delta t = T_0/200$.

作者前期已经验证了宏观滑移摩擦模型预测含摩擦界面薄壁弹性结构振动响应的有效性^[22-23]. 为了验证本文方法的计算精度, 对复合材料输流管道流固耦合半解析模型计算结果进行了对比验证. 复合材料管道的厚度 $h = 0.003$ m, 其他几何参数和材料参数同前; 管内流体介质为水, 声速 $c = 1500$ m/s, 密度 $\rho_f = 1000$ kg/m³, 轴向流速 $U_x = 0$ m/s. 管道结构边界条件为: 左侧 $x = 0$ 边界上施加固支边界条件,

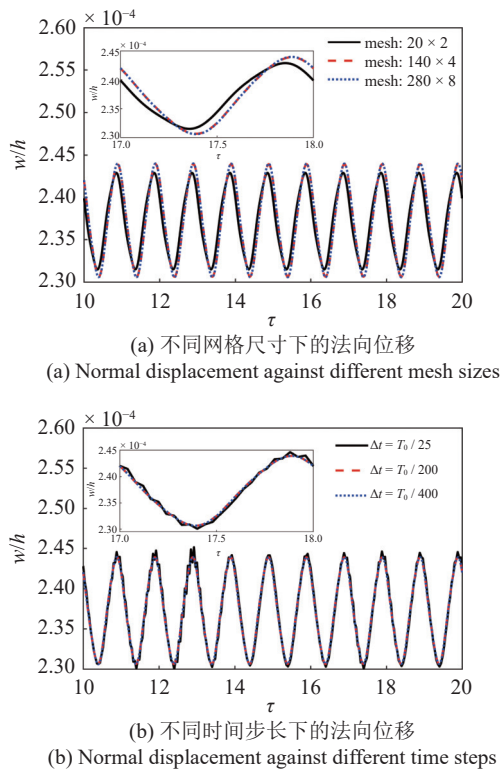


图 5 复合材料管道的振动响应
Fig. 5 Vibration responses of the composite pipe

右侧 $x = L$ 边界自由. 在管道左右两侧端口, 将管道内部流体的边界条件设置为开放边界. 管道受到作用于 $x = L$ 边界上的轴向均布载荷 $F_u(t) = F_0 \sin(2\pi f_0 t)$, 其中 $F_0 = 100$ N/m, $f_0 = 50$ Hz; 忽略摩擦界面的影响. 图 6 给出了 $[x, \theta, z] = [L, 0^\circ, R]$ 点处的轴向位移响应结果对比. 图中的参考结果是由多物理场仿真软件 COMSOL 计算获得的. 本文结果和参考结果均是经过收敛性分析后获得的收敛结果. 从图中可以看出本文结果与参考结果吻合很好, 说明了本文复合材料输流管道流固耦合动力学建模方法的有效性.

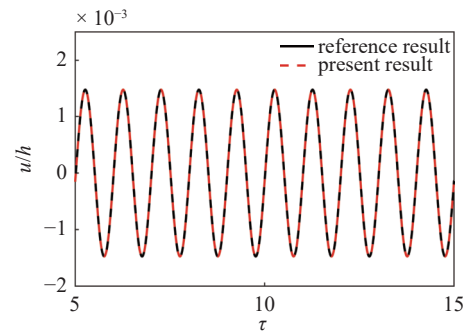


图 6 轴向载荷作用下管道的轴向位移响应
Fig. 6 Axial displacement response of the pipe subjected to axial loads

3 计算结果与分析

3.1 管道摩擦界面的黏滞-滑移运动特性

图 7 给出了复合材料输流管道摩擦界面上不同点处摩擦力的时程响应和滞回曲线. 复合材料输流管道结构和流体参数与 2.1 节中的算例参数相同. 图 7 中选取的界面点坐标为: $P1 ([0.6L, 60^\circ, R])$, $P2 ([0.6L, 30^\circ, R])$, $P3 ([0.6L, 0^\circ, R])$. 从图 7(a) 可以发现, 在管道振动过程中, 摩擦界面处于黏滞或滑移状态, 其取决于摩擦界面上的空间点位置. 当摩擦界面上的位移较大时, 黏滞状态下产生的等效弹性力超过临界摩擦力, 就会发生从黏滞状态到滑移状态的转变, 但摩擦界面上不同点发生黏滑切换的时间点并不相同. 这一方面是因为摩擦界面上各点具有不同的轴向位移导致了各点处不同的等效弹性力, 另一方面是因为摩擦界面上各点具有不同的法向位移导致了各点处不同的正压力, 进而导致了各点处不同的临界摩擦力. 从图 7(b) 可以发现, 在黏滞状态下 (bc 段和 da 段), 摩擦力和边界的轴向相对位移成正比, 但其大小总被限制在滑移载荷 $\pm\mu N_f$ 的范围内. 当边界到达摩擦力超过正向滑移载荷 ($-\mu N_f$) 的点 (a 点) 时, 边界开始向正方向滑移. 随后, 边界保持滑

移状态 (*ab* 段), 直到其再次黏滞 (*b* 点). 由于管道受到轴向简谐激励力的作用, 摩擦界面不断在黏滞状态和滑移状态之间进行切换, 产生的滞回曲线由两个对称的黏滞区域 (*bc* 段和 *da* 段) 以及两个对称的滑移区域 (*ab* 段和 *cd* 段) 组成. 摩擦界面上不同点处的滞回曲线形状相似, 但离摩擦区域边缘越近的位置, 其滞回曲线滑移距离越大. 此外, 不同点在滑移状态下的滑动摩擦力 (μN_f) 也各不相同且处于动态变化中. 这主要是由于摩擦界面处的正压力 $N_f = k_n w + N_0$, 在振动过程中, 摩擦界面上不同点的法向位移 w 各不相同且处于动态变化中, 如图 8 所示.

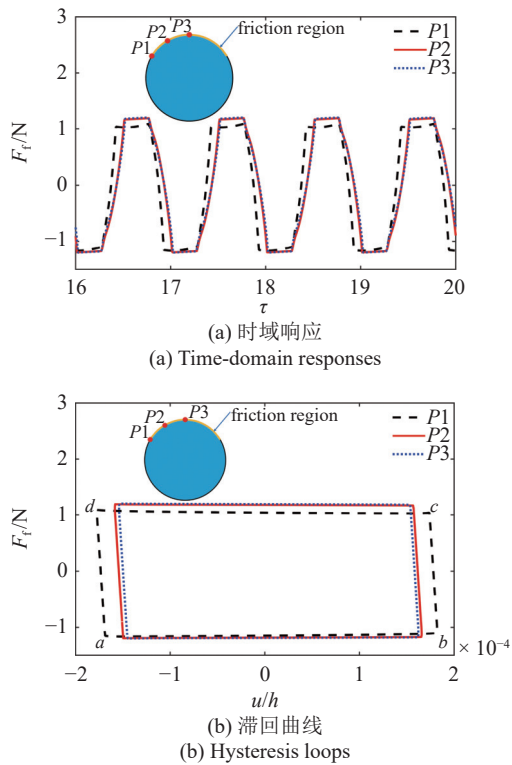


图 7 摩擦界面上不同点处的摩擦力响应

Fig. 7 Frictional force responses at different points on the friction interface

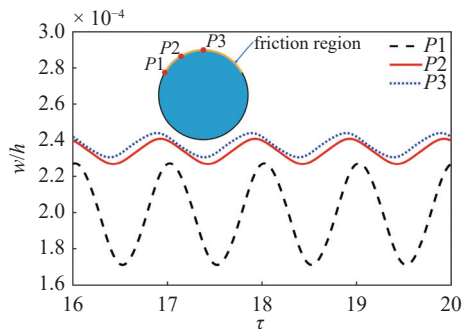


图 8 摩擦界面上不同点处的法向位移响应

Fig. 8 Normal displacement responses at different points on the friction interface

3.2 界面摩擦系数对输流管道非线性振动的影响

图 9 给出了不同管卡界面摩擦系数下管道的轴向位移幅频响应. 复合材料输流管道结构和流体参数与 2.1 节中的算例参数相同. 管道振动响应提取于 $[x, \theta, z] = [0.6L, 0^\circ, R]$ 点处. 为方便描述摩擦界面状态, 将摩擦界面的滑移状态时长与滑移黏滞状态总时长之比定义为摩擦界面的滑移状态率. 滑移状态率随摩擦系数的变化曲线如图 10 所示. 结果表明, 界面摩擦系数变化过程中, 摩擦界面存在两种极限情况, 即滑移状态率为 1 的完全滑移状态和滑移状态率为 0 的完全黏滞状态. 当摩擦系数 $\mu = 0$ 时, 摩擦界面处于完全滑移状态, 管道在摩擦界面处不受到任何轴向附加力的作用; 当摩擦系数 μ 超过 1.8 后, 摩擦界面进入并保持完全黏滞状态, 尽管此时摩擦界面也不再耗散能量, 但其为管道提供了额外的轴向附加刚度. 上述两种极限情况中没有出现非线性界面接触力, 输流管道的振动为线性振动, 振动响应仅在激励频率 f_0 处出现了一个峰, 如图 9 所示. 在其他情况下, 摩擦界面在黏滞状态和滑移状态之间进行切换, 输流管道振动表现出强非线性行为; 除激励频率外, 管道振动响应还在奇次超谐波 nf_0 ($n = 3, 5, 7, \dots$) 处出现了一系列峰值响应, 如图 9 所示. 图 10 给出了基频和 3 次超谐波处位移响应幅值随摩擦系数的变化曲线. 从图中可以发现, 基频处的位移响应幅值随摩擦系数的增大而减小, 3 次超谐波处的位移响应幅值随摩擦系数的增大先增大后减小, 在摩擦界面进入完全黏滞状态后, 两者基本不变. 当滑移状态率在 50% 附近时, 3 次超谐波处的位移响应幅值更为显著. 这是由于在滑移状态率接近 50% 时, 摩擦界面在黏滞和滑移状态间频繁切换, 增强了摩

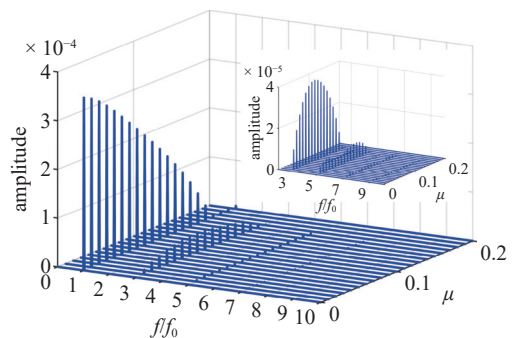


图 9 不同摩擦系数下管道的轴向位移幅频响应

Fig. 9 Axial displacement amplitude-frequency responses of pipe with different friction coefficients

擦界面的非线性效应,从而导致了 3 次超谐波处更大的位移响应幅值.

图 11 给出了不同管卡界面摩擦系数下复合材料输流管道的轴向位移时域响应. 随着摩擦系数的增大,管道的振动幅值逐渐减小,摩擦界面处于黏滞状态的时间逐渐增大. 在进入完全黏滞状态前,管道的振动相位随着摩擦系数的增大而逐渐滞后,而在进入完全黏滞状态后,其相位滞后突然消失. 图 12 给出了不同摩擦系数下管道轴向位移响应幅值的周向分布,管道振动响应提取于 $x = 0.6L$ 的管道截面圆上. 采用轴向位移的均方根值来评估轴向位移响应幅值. 结果表明,当摩擦界面处于完全滑移状态 ($\mu = 0$) 时,输流管道截面圆各点处的轴向位移响应幅值相等,此时摩擦界面并未对管道的振动产生约束;随着摩擦系数的增大,摩擦界面的约束逐渐增强,摩擦界面处的位移受到限制,摩擦界面侧的位移响应幅值明显减小;当摩擦界面处于完全黏滞状态 ($\mu = 0.2$) 时,摩擦界面处的位移响应幅值远小于对侧 (180° 处),轴向位移响应幅值在截面圆上的分布呈现出明

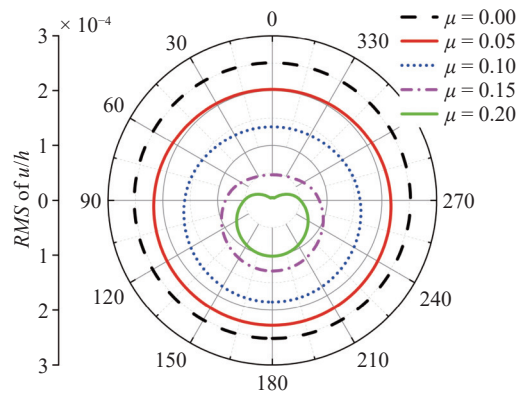


图 12 不同摩擦系数下管道轴向位移响应幅值的周向分布
Fig. 12 Circumferential distribution of axial displacement response amplitude of pipe with different friction coefficients

显的不均匀性,这是因摩擦界面位置的非对称性和摩擦界面上各点黏滑切换的非同步性所致.

图 13 给出了不同摩擦系数下复合材料输流管道的法向位移幅频响应. 管道振动响应提取于 $[x, \theta, z] = [0.6L, 0^\circ, R]$ 点处. 与图 9 中管道的轴向位移幅频响应类似,除去两种极限情况下管道发生线性振动外,含摩擦界面输流管道表现出强非线性行为,其振动响应在激励频率 f_0 及奇次超谐波 nf_0 ($n = 3, 5, 7, \dots$) 处出现了一系列峰值响应. 从图 13 可以发现,基频处的位移响应幅值随摩擦系数的增大而增大,3 次超谐波处的位移响应幅值随摩擦系数的增大先增大后减小;当摩擦系数在 0.9 附近时,3 次超谐波处的位移响应幅值较为显著,这是由于此时摩擦界面的滑移状态率在 50% 附近,摩擦界面在黏滞和滑移状态间频繁切换,摩擦界面表现出强非线性.

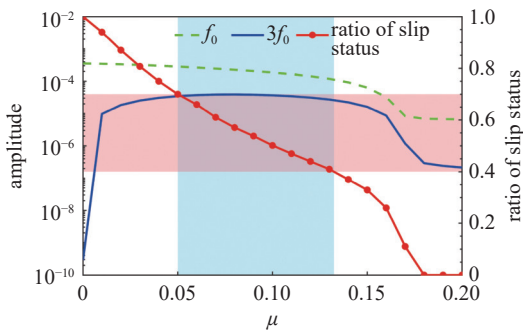


图 10 不同摩擦系数下管道的位移响应幅值和摩擦界面的滑移状态率
Fig. 10 Displacement response amplitude of pipe and ratio of slip status of friction interface against different friction coefficients

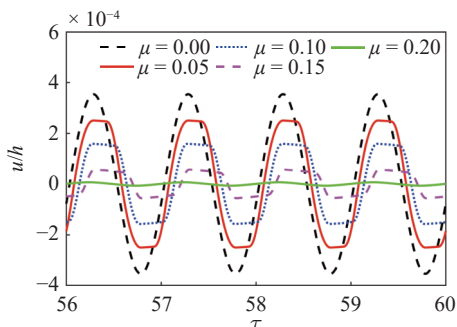


图 11 不同摩擦系数下管道的轴向位移时域响应
Fig. 11 Axial displacement time-domain responses of pipe with different friction coefficients

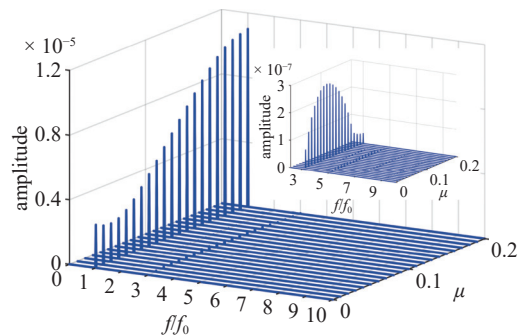


图 13 不同摩擦系数下管道的法向位移幅频响应
Fig. 13 Normal displacement amplitude-frequency responses of pipe with different friction coefficients

3.3 界面摩擦刚度对输流管道非线性振动的影响

图 14 给出了不同管卡界面摩擦刚度下复合材

料输流管道的轴向位移响应. 复合材料输流管道结构和流体参数与 2.1 节中的算例参数相同. 管道振动响应提取于 $[x, \theta, z] = [0.6L, 0^\circ, R]$ 点处. 结果表明, 随着摩擦刚度增大, 输流管道轴向位移响应幅值先减小后增大. 在摩擦刚度 $k_f = 0$ 的情形下, 输流管道表现出线性振动行为, 其轴向位移响应为单谐波, 仅在激励频率 f_0 处出现了一个峰. 当摩擦刚度 k_f 超过临界值后, 摩擦界面的黏滞-滑移运动开始出现, 进而引起管道的非线性振动. 在此情形下, 管道表现出典型的非线性振动行为, 其响应频谱在基频 f_0 和倍频 nf_0 ($n = 2, 3, 4, \dots$) 处出现了一系列峰, 倍频中占主导的是 $3f_0$, 如图 14(b) 所示. 当摩擦刚度 $k_f = 0$ 时, 基频幅值最大, 随着摩擦刚度的增大, 基频幅值先减小后增大. 当摩擦刚度相对较小时, 摩擦界面处于黏滞状态, 基频幅值随着摩擦刚度的增大而减小, 3 倍频幅值几乎为 0. 当摩擦刚度相对较大时, 摩擦界面出现黏滑切换, 不同摩擦刚度下的摩擦力响应如图 15 所示, 从图中可以发现, 摩擦刚度越大, 黏滑切换时摩擦力的变化越不光滑, 摩擦界面的非线性越强, 导致了奇次超谐波 nf_0 ($n = 3, 5, 7, \dots$) 处的幅值随着摩擦刚度的增大而增大.

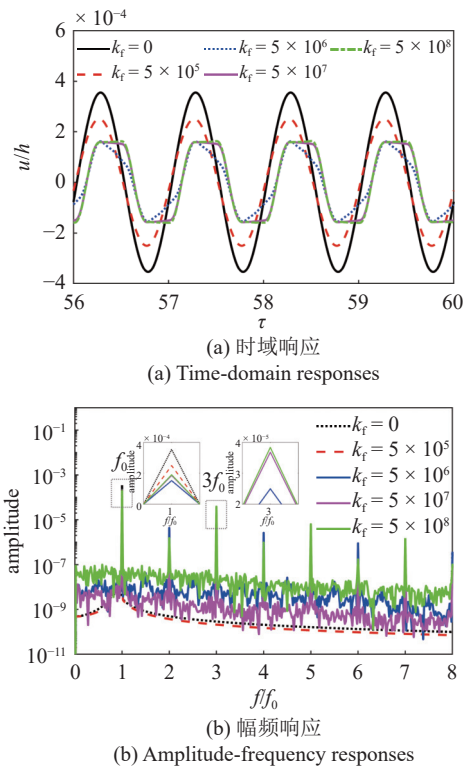


图 14 不同摩擦刚度下管道的轴向位移响应

Fig. 14 Axial displacement responses of pipe under various levels of friction stiffness

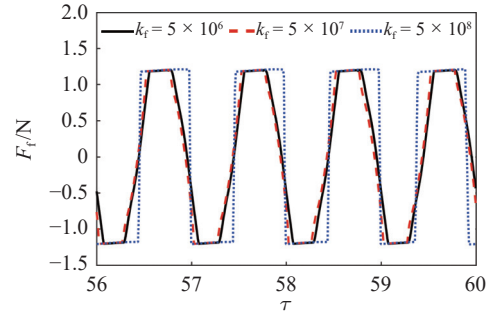


图 15 不同摩擦刚度下的摩擦力响应

Fig. 15 Frictional force responses under various levels of friction stiffness

3.4 来流速度对输流管道非线性振动的影响

图 16 给出了不同来流速度下复合材料输流管道轴向位移和法向位移的相平面图. 复合材料输流管道结构和流体参数与 2.1 节中的算例参数相同. 管道振动响应提取于 $[x, \theta, z] = [0.6L, 0^\circ, R]$ 点处. 从图 16 可以发现, 输流管道轴向振幅随流速的增大基本不变, 法向振幅随流速的增大而增大. 从输流管道流固耦合动力学方程 (32) 中可以发现, 仅 C_f , K_f , K_{fs} 和 K_{sf} 受来流速度 U_x 的影响. 前 3 项 C_f , K_f 和 K_{fs} 出现在流体动力学方程 (27) 中, 注意到 $w = Tq$, 式 (27) 仅与法向位移 w 有关, 而与轴向位移 u 无关. K_{sf} 包含在管道流体载荷向量 F_{fluid} 中, 而在变换矩阵 T^T 作用下, F_{fluid} 仅法向分量不为 0, 流体载荷仅作用在法向上. 此外, 尽管滑移状态下的摩擦力

$$F_f = -\mu N_f \text{sgn}(\dot{u}) = -\mu(k_n w + N_0) \text{sgn}(\dot{u}) \quad (35)$$

受法向位移 w 的影响, 但图 16 的结果显示, 当流速从 0 m/s 增大到 45 m/s, 法向位移幅值的变化仅为法向位移均值的 2%, 因此摩擦力受流速的影响很小. 综上, 来流速度主要影响管道的法向位移, 对管道轴

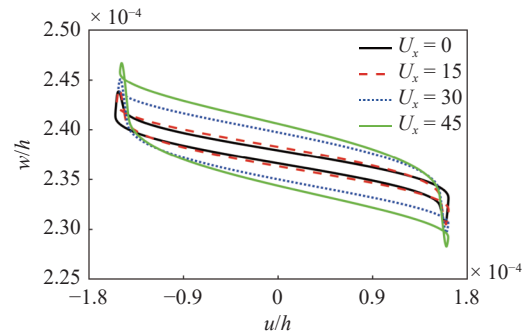


图 16 不同流速下管道轴向位移和法向位移的相图

Fig. 16 Phase portrait of axial displacement and normal displacement of pipe with different flow velocities

向位移的影响很小。

4 结 论

本文发展了基于半解析有限元方法的含摩擦界面复合材料输流管道流固耦合非线性动力学数值建模方法,分析了界面摩擦系数、界面摩擦刚度和来流速度等参数对复合材料输流管道非线性振动的影响,主要结论如下。

(1) 含摩擦界面复合材料输流管道的摩擦界面呈现出黏滞-滑移运动,其不断在黏滞状态和滑移状态间切换,产生的滞回曲线由两个对称的黏滞区域和两个对称的滑移区域组成;摩擦界面上离摩擦区域边缘越近的位置,界面滑移距离越大,滑移状态下各点的滑动摩擦力沿空间分布不同且动态变化。

(2) 简谐激励力作用下的复合材料输流管道,除完全黏滞和完全滑移两种情形外,管道的振动响应呈现出强非线性特征,其不仅包含激励频率 f_0 , 还包含一系列奇次超谐波 nf_0 ($n = 3, 5, 7, \dots$)。

(3) 随着输流管道界面摩擦系数增大,管道振动基频处的轴向振幅减小,法向振幅增大,而 3 次超谐波处的轴向及法向振幅先增大后减小;随着界面摩擦刚度增大,管道振动基频及 3 次超谐波处的轴向振幅先减小后增大;来流速度主要影响管道的法向振动,对管道的轴向振动影响很小。

参 考 文 献

- 杜善义. 先进复合材料与航空航天. *复合材料学报*, 2007, 24(1): 1-12 (Du Shanyi. Advanced composite materials and aerospace engineering. *Acta Materiae Compositae Sinica*, 2007, 24(1): 1-12 (in Chinese))
- PaiDoussis MP, Li GX. Pipes conveying fluid: A model dynamical problem. *Journal of Fluids and Structures*, 1993, 7(2): 137-204
- 任建亭, 姜节胜. 输流管道系统振动研究进展. *力学进展*, 2003, 33(3): 313-324 (Ren Jianting, Jiang Jiasheng. Advances and trends on vibration of pipes conveying fluid. *Advances in Mechanics*, 2003, 33(3): 313-324 (in Chinese))
- 孙诣博, 魏莎, 丁虎等. 基于路径积分法的输流管道随机动态响应分析. *力学学报*, 2023, 55(6): 1371-1381 (Sun Yibo, Wei Sha, Ding Hu, et al. Stochastic dynamic response analysis of pipe conveying fluid based on the path integral method. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2023, 55(6): 1371-1381 (in Chinese))
- 邢浩然, 何毅翔, 代胡亮等. 基于绝对节点坐标法的复杂构型输流管道筒支支承设计研究. *力学学报*, 2024, 56(2): 482-493 (Xing Haoran, He Yixiang, Dai Huliang, et al. Design of simply support for fluid-conveying pipe with complex configurations based on absolute node coordinate formulation. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2024, 56(2): 482-493 (in Chinese))
- Sharma CB, Darvizeh M, Darvizeh A. Free vibration response of multilayered orthotropic fluid-filled circular cylindrical shells. *Composite Structures*, 1996, 34(3): 349-355
- Xi ZC, Yam LH, Leung TP. Free vibration of a partially fluid-filled cross-ply laminated composite circular cylindrical shell. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 1997, 101(2): 909-917
- Kochupillai J, Ganesan N, Padmanabhan C. A semi-analytical coupled finite element formulation for composite shells conveying fluids. *Journal of Sound and Vibration*, 2002, 258(2): 287-307
- Kadoli R, Ganesan N. Free vibration and buckling analysis of composite cylindrical shells conveying hot fluid. *Composite Structures*, 2003, 60(1): 19-32
- Toorani MH, Lakis AA. Dynamics behavior of axisymmetric and beam-like anisotropic cylindrical shells conveying fluid. *Journal of Sound and Vibration*, 2003, 259(2): 265-298
- Alijani F, Amabili M. Nonlinear vibrations and multiple resonances of fluid filled arbitrary laminated circular cylindrical shells. *Composite Structures*, 2014, 108: 951-962
- Miramani SM, Ohadi A. Three-dimensional vibration of fluid-conveying laminated composite cylindrical shells with piezoelectric layers. *International Journal of Structural Stability and Dynamics*, 2019, 19(3): 1950026
- Zhu H, Wu J. Free vibration of partially fluid-filled or fluid-surrounded composite shells using the dynamic stiffness method. *Acta Mechanica*, 2020, 231(9): 3961-3978
- Guo Y, Zhu B, Li Y. Nonlinear dynamics of fluid-conveying composite pipes subjected to time-varying axial tension in sub- and super-critical regimes. *Appl Math Model*, 2022, 101: 632-653
- Zhou J, Chang X, Xiong Z, et al. Stability and nonlinear vibration analysis of fluid-conveying composite pipes with elastic boundary conditions. *Thin-Walled Structures*, 2022, 179: 109597
- Heshmati M, Daneshmand F, Amini Y. Vibration and stability analysis of functionally graded elliptical pipes conveying fluid with flow velocity profile modification. *Engineering with Computers*, 2023, 39(2): 1537-1552
- Chang X, Hong X, Qu C, et al. Stability and nonlinear vibration of carbon nanotubes-reinforced composite pipes conveying fluid. *Ocean Engineering*, 2023, 281: 114960
- Yadav A, Amabili M, Panda SK, et al. Instability analysis of fluid-filled angle-ply laminated circular cylindrical shells subjected to harmonic axial loading. *European Journal of Mechanics-A/Solids*, 2023, 97: 104810
- Wang Y, Tang Y, Yang T. Nonlinear mechanic analysis of a composite pipe conveying solid-liquid two-phase flow. *Applied Ocean Research*, 2024, 144: 103905
- He B, Ouyang H, He S, et al. Dynamic analysis of integrally shrouded group blades with rubbing and impact. *Nonlinear Dynam-*

- ics*, 2018, 92(4): 2159-2175
- 21 Won HI, Chung J. Numerical analysis for the stick-slip vibration of a transversely moving beam in contact with a frictional wall. *Journal of Sound and Vibration*, 2018, 419: 42-62
- 22 Xie F, Qu Y, Guo Q, et al. Nonlinear flutter of composite laminated panels with local non-smooth friction boundaries. *Composite Structures*, 2019, 223: 110934
- 23 Qu Y, Xie F, Su H, et al. Numerical analysis of stick-slip induced nonlinear vibration and acoustic responses of composite laminated plates with friction boundaries. *Composite Structures*, 2021, 258: 113316
- 24 Zhang J, Qu Y, Xie F, et al. Investigations on nonlinear aerothermoelastic behaviors of multilayered composite panels subject to frictional boundaries and random acoustic loads in supersonic flow. *Thin-Walled Structures*, 2021, 158: 107180
- 25 Tüfekçi M, Dear JP, Salles L. Forced vibration analysis of beams with frictional clamps. *Appl Math Model*, 2024, 128: 450-469
- 26 Leissa AW, Nordgren RP. *Vibration of Shells*. Washington DC: US Government Printing Office, 1973
- 27 Reddy JN. *Mechanics of Laminated Composite Plates and Shells: Theory and Analysis*. 2nd ed. Florida: CRC Press, 2003
- 28 Vinson JR, Sierakowski RL. *The Behavior of Structures Composed of Composite Materials*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1987
- 29 Wang JH, Shieh WL. The influence of a variable friction coefficient on the dynamic behavior of a blade with a friction damper. *Journal of Sound and Vibration*, 1991, 149(1): 137-145
- 30 Seo YS, Jeong WB, Yoo WS, et al. Frequency response analysis of cylindrical shells conveying fluid using finite element method. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 2005, 19(2): 625-633
- 31 Qu Y, Hua H, Meng G. A domain decomposition approach for vibration analysis of isotropic and composite cylindrical shells with arbitrary boundaries. *Composite Structures*, 2013, 95: 307-321