

DOI: 10.3785/j.issn.1008-973X.2015.01.017

复合管道轴对称导波改进半解析有限元建模

胡剑虹^{1,3}, 唐志峰², 吕福在¹, 潘晓弘¹, 韩 焯⁴, 姜晓勇⁵

- (1. 浙江大学 现代制造工程研究所, 浙江 杭州 310027; 2. 浙江大学 数字技术及仪器研究所, 浙江 杭州 310027;
3. 中国计量学院 机电工程学院, 杭州 310018; 4. 中石化长输油气管道检测有限公司, 江苏 徐州 221008;
5. 杭州浙达精益机电技术股份有限公司, 浙江 杭州 311121)

摘 要: 针对层状复合管道经典半解析有限元(SAFE)模型无法直接区分纵向模态导波和扭转模态导波的问题, 在 SAFE 基本原理基础上结合纵向模态导波和扭转模态导波的力学特性, 分别建立纵向模态导波和扭转模态导波的 SAFE 模型. 该模型实现了纵向模态导波和扭转模态导波的单独计算, 避免了复杂的导波模态区分过程, 减少了 SAFE 模型的计算工作量, 提高了计算效率. 通过与基于全局矩阵法原理的 PCdisp 软件的计算结果比较, 证明该 SAFE 模型具有良好的计算精度. 利用所建的 SAFE 模型计算了环氧树脂钢管中纵向模态导波和扭转模态导波的传播特性.

关键词: 轴对称模态导波; 半解析有限元模型; 环氧树脂钢管

中图分类号: O 347

文献标志码: A

文章编号: 1008-973X(2015)01-0116-07

Improved semi-analytical finite element modeling of axisymmetric guided wave modes in composite pipes

HU Jian-hong^{1,3}, TANG Zhi-feng², LV Fu-zai¹, PAN Xiao-hong¹, HAN Ye⁴,
JIANG Xiao-Yong⁵

- (1. Institute of Advanced Manufacturing Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China;
2. Institute of Advanced Digital Technologies and Instrumentation, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China;
3. College of Mechanical and Electrical Engineering, China Jiliang University, Hangzhou 310018, China;
4. SINOPEC Oil and Gas Pipeline Inspection Limited Company, Xuzhou 221008, China;
5. Hangzhou Zheda Jingyi Electromechanical Technology Limited Company, Hangzhou 311121, China)

Abstract: The traditional semi-analytical finite element(SAFE) models can not distinguish between longitudinal waves and torsional waves. The SAFE models of longitudinal waves and torsional waves were independently established based on basic SAFE principle combined with mechanical properties of longitudinal waves and torsional waves. The SAFE models respectively calculated longitudinal waves and torsional waves, avoided complex mode differentiation, reduced the computational complexity and improved the efficiency. The results of SAFE models were compared with PCdisp which is based on global matrix method to examine the accuracy of SAFE models. The examples of longitudinal waves and torsional waves propagating in epoxy-Fe-epoxy composite pipe were analyzed.

Key words: axisymmetric guided wave modes; semi-analytical finite element model; epoxy-Fe-epoxy composite pipe

收稿日期: 2013-10-13.

浙江大学学报(工学版)网址: www.journals.zju.edu.cn/eng

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51275454, 61271084); 质检公益性行业科研专项资助项目(20140027).

作者简介: 胡剑虹(1984-), 男, 博士生, 从事超声导波结构健康监测的研究. E-mail: zjuhjh@126.com

通信联系人: 唐志峰, 男, 副教授. E-mail: tangzhifeng@zju.edu.cn

层状复合管道由于具有良好的防腐性和力学特性,在工业上有着广泛的应用.对层状复合管道中导波传播特性的研究,是超声导波无损检测技术在层状复合管道检测应用的基础.

层状复合管道中导波传播特性的分析,通常采用全局矩阵法(GMM)和半解析有限元法(SAFE).GMM的基本思想是建立一个满足所有界面边界条件的全局矩阵方程,其解代表了所有层波的性质.该方法虽算法稳定,但计算过程较复杂.基于全局矩阵法的原理,Lowe等^[1-2]开发了商用的DISPERSE软件,Seco^[3]开发了开源的基于Matlab代码的PCdisp软件,刘增华等^[4-5]对全局矩阵法的计算方法进行研究.SAFE法的基本思想是在波导截面采用有限元离散,在导波传播方向引入解析分析.该方法结合了解析法和有限元方法的优点,计算效率较高.SAFE法求解导波在管道中传播问题有2种方法.第1种方法将管道视作任意形状截面的波导,在截面上进行有限元划分,结合导波传播方向上的谐波假设进行求解.该方法分析简单,模型的通用性好,但计算量相对较大,Vesna等^[6-7]采用该方法进行研究.第2种方法利用管道结构的圆周对称性,将截面上的二维有限元网格简化成直径方向的一维有限元网格.该方法相对第一种方法大大提高了计算效率,Mu采用该方法建立SAFE模型^[8-9].

Mu建立的SAFE模型的计算结果包含了轴对称的纵向模态和扭转模态导波以及非轴对称的弯曲模态导波,Mu采用正交原理从SAFE的计算结果中区分不同模态的导波.Mu的方法无法单独计算纵向模态或扭转模态导波,采用正交原理区分结果中的纵向模态和扭转模态导波使得计算过程复杂化.

针对Mu的SAFE模型在计算纵向模态和扭转模态导波过程中的不足,本文结合纵向模态和扭转模态导波的力学特性,建立轴对称模态导波的SAFE模型,实现了纵向模态和扭转模态导波的单独计算,避免了纵向模态和扭转模态导波的区分问题.本文将SAFE模型的计算结果与基于全局矩阵法的PCdisp软件的计算结果进行对比,检验了SAFE模型的计算精度,最后给出轴对称模态导波在环氧树脂钢管中传播的算例,对导波在黏弹性层状复合管道的传播研究有着一定的参考价值.

1 轴对称模态导波的SAFE模型

1.1 轴对称模态导波力学特性分析

管道结构中,导波沿着 z 方向传播,运动控制方

程^[8]可以表示成

$$(\lambda + \mu) \nabla \nabla \cdot \mathbf{u} + \mu \nabla^2 \mathbf{u} = \rho \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2}. \quad (1)$$

根据Helmoltz原理可知,位移矢量 \mathbf{u} 可以分解为标量的梯度 Φ 和零散度矢量 \mathbf{H} 的旋度,即

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{u} &= \nabla \Phi + \nabla \times \mathbf{H}, \\ \nabla \cdot \mathbf{H} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

根据文献^[9]可知,位移分量与势函数有以下关系成立:

$$\left. \begin{aligned} u_r &= \frac{\partial \Phi}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \mathbf{H}_z}{\partial \theta} - \frac{\partial \mathbf{H}_\theta}{\partial z}, \\ u_\theta &= \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} + \frac{\partial \mathbf{H}_r}{\partial z} - \frac{\partial \mathbf{H}_z}{\partial r}, \\ u_z &= \frac{\partial \Phi}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial (\mathbf{H}_\theta r)}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial \mathbf{H}_r}{\partial \theta}. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

对于纵向模态导波,有

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \theta} &= 0, \\ \mathbf{H}_r &= \mathbf{H}_z = 0. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

因此,式(3)可以简化成

$$\left. \begin{aligned} u_r &= \frac{\partial \Phi}{\partial r} - \frac{\partial \mathbf{H}_\theta}{\partial z}, \\ u_\theta &= 0, \\ u_z &= \frac{\partial \Phi}{\partial z} + \frac{\partial \mathbf{H}_\theta}{\partial r} + \frac{\mathbf{H}_\theta}{r}. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

根据应变与位移关系(几何方程)可知,应变分量可以表示成

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{rr} &= \frac{\partial u_r}{\partial r}, \\ \varepsilon_{\theta\theta} &= \frac{u_r}{r}, \\ \varepsilon_{zz} &= \frac{\partial u_z}{\partial z}, \\ \varepsilon_{rz} &= \frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r}, \\ \varepsilon_{r\theta} &= \varepsilon_{\theta r} = 0. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

根据广义Hooke定理(物理方程)可知,应力分量可以表示成

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{rr} &= \lambda \left(\frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_r}{r} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) + 2\mu \frac{\partial u_r}{\partial r}, \\ \sigma_{\theta\theta} &= \lambda \left(\frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_r}{r} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) + 2\mu \frac{u_r}{r}, \\ \sigma_{zz} &= \lambda \left(\frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_r}{r} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) + 2\mu \frac{\partial u_z}{\partial z}, \\ \sigma_{rz} &= \mu \left(\frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r} \right), \\ \sigma_{r\theta} &= \sigma_{\theta r} = 0. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

类似地,对于扭转模态导波,有

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \theta} &= 0, \\ \Phi = \mathbf{H}_\theta &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

因此,式(3)可以简化成

$$\left. \begin{aligned} u_\theta &= \frac{\partial \mathbf{H}_r}{\partial z} - \frac{\partial \mathbf{H}_z}{\partial r}, \\ u_r &= u_z = 0. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

相应的应变分量和应力分量用下式来表示:

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_{r\theta} &= \frac{\partial u_\theta}{\partial r} - \frac{u_\theta}{r}, \\ \epsilon_{\theta z} &= \frac{\partial u_\theta}{\partial z}, \\ \epsilon_{rr} &= \epsilon_{\theta\theta} = \epsilon_{zz} = \epsilon_{zr} = 0; \\ \sigma_{r\theta} &= \mu \left(\frac{\partial u_\theta}{\partial r} - \frac{u_\theta}{r} \right), \\ \sigma_{\theta z} &= \mu \frac{\partial u_\theta}{\partial z}, \\ \sigma_{rr} &= \sigma_{\theta\theta} = \sigma_{zz} = \sigma_{zr} = 0. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{r\theta} &= \mu \left(\frac{\partial u_\theta}{\partial r} - \frac{u_\theta}{r} \right), \\ \sigma_{\theta z} &= \mu \frac{\partial u_\theta}{\partial z}, \\ \sigma_{rr} &= \sigma_{\theta\theta} = \sigma_{zz} = \sigma_{zr} = 0. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

1.2 纵向模态导波的 SAFE 模型

对于层状复合管道结构,可以建立 $r\theta z$ 坐标系如图 1 所示. 根据式(5)~(7)可知,管道结构中纵向模态导波的位移分量、应变分量和应力分量可以表示成

$$\mathbf{u} = [u_r, u_z]^T, \quad (12)$$

$$\boldsymbol{\epsilon} = [\epsilon_{rr}, \epsilon_{zz}, \epsilon_{\theta\theta}, \epsilon_{zr}]^T, \quad (13)$$

$$\boldsymbol{\sigma} = [\sigma_{rr}, \sigma_{\theta\theta}, \sigma_{zz}, \sigma_{zr}]^T. \quad (14)$$

选用二阶杆单元网格在 r 方向进行有限元离散,如图 1 所示. 对于二阶杆单元网格,形函数可以记作

$$\left. \begin{aligned} N_1 &= \frac{\xi^2 - \xi}{2}, \\ N_2 &= 1 - \xi^2, \\ N_3 &= \frac{\xi^2 + \xi}{2}. \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

有限元网格中的任意一点的位移可以表示成

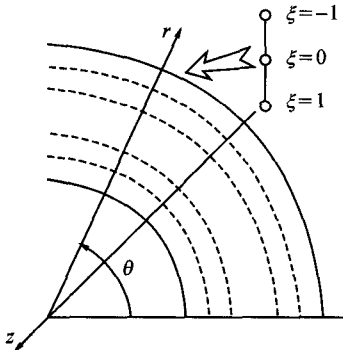


图 1 有限元离散示意图
Fig. 1 Diagram of FEM discretization

$$\mathbf{u}^{(e)} = \mathbf{N} \cdot \mathbf{Q}^{(e)}. \quad (16)$$

式中: \mathbf{N} 为形函数矩阵,可以记作

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 \end{bmatrix}; \quad (17)$$

$\mathbf{Q}^{(e)}$ 为网格节点位移向量,可以记作

$$\mathbf{Q}^{(e)} = [u_{r1}, u_{z1}, u_{r2}, u_{z2}, u_{r3}, u_{z3}]^T \times \exp[i(kz - \omega t)]. \quad (18)$$

根据几何方程可知,网格中的应变向量可以表示成

$$\boldsymbol{\epsilon}^{(e)} = (ik\mathbf{B}_1 + \mathbf{B}_2)\mathbf{Q}^{(e)}. \quad (19)$$

式中:

$$\mathbf{B}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\xi^2 - \xi}{2} & 0 & 1 - \xi^2 & 0 & \frac{\xi^2 + \xi}{2} \\ \frac{\xi^2 - \xi}{2} & 0 & 1 - \xi^2 & 0 & \frac{\xi^2 + \xi}{2} & 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{B}_2 = \begin{bmatrix} \frac{2\xi - 1}{L} & 0 & \frac{-4\xi}{L} & 0 & \frac{2\xi + 1}{L} & 0 \\ \frac{\xi^2 - \xi}{2r} & 0 & \frac{1 - \xi^2}{r} & 0 & \frac{\xi^2 + \xi}{2r} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2\xi - 1}{L} & 0 & \frac{-4\xi}{L} & 0 & \frac{2\xi + 1}{L} \end{bmatrix}.$$

根据物理方程可知,网格中的应力向量可以表示为

$$\boldsymbol{\sigma}^{(e)} = \mathbf{C}^{(e)} \boldsymbol{\epsilon}^{(e)}. \quad (20)$$

式中: $\mathbf{C}^{(e)}$ 为网格的单元刚度矩阵,用 Lamé 常数 λ 和 μ 可以表示成

$$\mathbf{C}^{(e)} = \begin{bmatrix} \lambda + 2\mu & \lambda & \lambda & 0 \\ \lambda & \lambda + 2\mu & \lambda & 0 \\ \lambda & \lambda & \lambda + 2\mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mu \end{bmatrix}. \quad (21)$$

根据虚功原理可知,任意有限元网格的平衡控制方程可以表示成

$$\int_V \delta \mathbf{u}^T \rho^{(e)} \ddot{\mathbf{u}} dV + \int_V \delta \boldsymbol{\epsilon}^T \boldsymbol{\sigma} dV = 0. \quad (22)$$

式中: $\delta \mathbf{u}^{(e)}$ 和 $\delta \boldsymbol{\epsilon}^{(e)}$ 分别为虚位移和虚应变, $\rho^{(e)}$ 为单元介质密度, V 为单元体积.

将式(16)、(18)~(20)代入式(22),简化后可以得到

$$[k^2 \mathbf{K}_1^{(e)} + ik\mathbf{K}_2^{(e)} + \mathbf{K}_3^{(e)} - \omega^2 \mathbf{M}^{(e)}] \mathbf{Q}^{(e)} = \mathbf{0}. \quad (23)$$

式中:

$$\mathbf{K}_1^{(e)} = \int_{r_1^{(e)}}^{r_3^{(e)}} \mathbf{B}_1^{(e)T} \mathbf{C}^{(e)} \mathbf{B}_1^{(e)} r dr,$$

$$\mathbf{K}_2^{(e)} = \int_{r_1^{(e)}}^{r_3^{(e)}} (-\mathbf{B}_1^{(e)T} \mathbf{C}^{(e)} \mathbf{B}_2^{(e)} + \mathbf{B}_2^{(e)T} \mathbf{C}^{(e)} \mathbf{B}_1^{(e)}) r dr,$$

$$K_3^{(e)} = \int_{r_1^{(e)}}^{r_0^{(e)}} B_2^{(e)T} C^{(e)} B_2^{(e)} r dr,$$

$$M^{(e)} = \int_{r_1^{(e)}}^{r_0^{(e)}} \rho^{(e)} N^T N r dr.$$

采用矩阵组装方法并经过单位转换矩阵处理后,可以得到

$$[k^2 K_1 + k K_2 + K_3 - \omega^2 M] Q = 0. \quad (24)$$

式(24)可以进一步改写成

$$(A - kB) \begin{bmatrix} Q \\ kQ \end{bmatrix} = 0. \quad (25)$$

式中:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & K_3 - \omega^2 M \\ K_3 - \omega^2 M & K_2 \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} K_3 - \omega^2 M & 0 \\ 0 & -K_1 \end{bmatrix}.$$

通过式(25),可以建立 $\omega-k$ 关系,在此基础上可以分析层状复合管道中纵向模式导波的传播特性.

1.3 扭转模式导波的 SAFE 模型

通过与纵向模式导波的 SAFE 模型类似的推导,可以建立扭转模式导波的 SAFE 模型. 根据式(9)~(11),管道结构中扭转模式导波的位移分量、应变分量和应力分量可以表示成

$$u = [u_\theta]^T, \quad (26)$$

$$\varepsilon = [\varepsilon_{\theta z}, \varepsilon_{r\theta}]^T, \quad (27)$$

$$\sigma = [\sigma_{\theta z}, \sigma_{r\theta}]^T. \quad (28)$$

经过二阶杆单元网格离散后,有限元网格中任意一点的位移可以表示成

$$u^{(e)} = N \cdot Q^{(e)}. \quad (29)$$

式中:

$$N = [N_1, N_2, N_3], \quad (30)$$

$$Q^{(e)} = [u_{\theta 1}, u_{\theta 2}, u_{\theta 3}]^T \exp[i(kz - \omega t)]. \quad (31)$$

扭转模式导波的应变向量根据几何方程可以表示成

$$\varepsilon^{(e)} = (ikB_1 + B_2) Q^{(e)}. \quad (32)$$

式中:

$$B_1 = \begin{bmatrix} \frac{\xi^2 - \xi}{2} & 1 - \xi & \frac{\xi^2 + \xi}{2} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$B_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \frac{2\xi - 1}{L} + \frac{\xi - \xi^2}{2r} & \frac{\xi^2 - 1}{r} - \frac{4\xi}{L} & \frac{2\xi + 1}{L} - \frac{\xi + \xi^2}{2r} \end{bmatrix}.$$

应力向量根据物理方程可以表示成

$$\sigma^{(e)} = C^{(e)} \varepsilon^{(e)}. \quad (33)$$

式中:

$$C^{(e)} = \begin{bmatrix} \mu & 0 \\ 0 & \mu \end{bmatrix}.$$

将式(29)、(31)、(32)代入式(23)~(25),可以得到扭转波的 SAFE 模型,在此基础上可以分析层状复合管道中扭转波的传播特性.

1.4 轴对称模式导波 SAFE 模型的特性

轴对称模式导波 SAFE 模型和 Mu 建立的经典管道 SAFE 模型相比,有以下特性.

1)克服了经典管道 SAFE 模型无法单独计算纵向模式或扭转模式导波的缺陷. 由于在轴对称模式导波 SAFE 建模过程中融入了纵向模式和扭转模式导波的力学特性,轴对称模式导波 SAFE 模型的计算结果只包含纵向模式或扭转模式导波,避免了经典管道 SAFE 模型的冗余计算和复杂的导波模式区分过程.

2)简化了计算过程,提高了计算效率. 表 1 列举了 SAFE 模型中矩阵的规模. 表中, n 为有限元网格节点数. 通过对比可以看出,纵向模式导波和扭转模式导波的 SAFE 模型中的矩阵规模相对经典 SAFE 模型大大减小.

表 1 SAFE 模型中的矩阵

Tab. 1 Matrices in SAFE models

模型	N	B_1, B_2	$C^{(e)}$	$K_1^{(e)}, K_2^{(e)}, K_3^{(e)}, M^{(e)}$	A, B
经典 SAFE 模型	3×9	6×9	6×6	9×9	$6n \times 6n$
纵向模式导波 SAFE 模型	2×6	4×6	4×4	6×6	$4n \times 4n$
扭转模式导波 SAFE 模型	1×3	2×3	2×2	3×3	$2n \times 2n$

1.5 导波传播特性分析

导波的相速度可以通过定义表示成^[10]

$$C_p = \frac{\omega}{k}. \quad (34)$$

根据 $\omega-k$ 关系,通过式(34)可以计算导波的相速度.

在弹性介质中,群速度是导波检测系统采集到的实际信号的速度,也是辨识导波模式的重要依据.

根据定义可知,群速度描述了导波波包包络的传播速度,可以表示成^[10]

$$C_g = \frac{d\omega}{dk}. \quad (35)$$

式(35)在计算群速度过程中存在微分运算,数值计算结果在 $\omega-k$ 曲线变化剧烈处有很大的误差. 为了避免该问题,采用 Bartoli 等提出的计算方法,群速

度的表达式^[11]为

$$C_g = \frac{\partial \omega}{\partial k} = \frac{\hat{Q}_L (k \hat{K}_2 + 2k \hat{K}_3) \hat{Q}_R}{2\omega \hat{Q}_L M \hat{Q}_R} \quad (36)$$

式中: \hat{Q}_L 、 \hat{Q}_R 分别为 SAFE 模型特征方程的左、右特征向量。

对于黏弹性介质, 群速度不再有物理意义, 因此引入能流速度来描述黏弹性介质中导波能量的传播速度。根据定义可知, 能流速度^[12]可以表示成

$$C_e = \frac{\int_d P_z dr}{\frac{1}{T} \int_T \left(\int_d (e_k + e_p) dr \right) dt} \quad (37)$$

式中: P_z 为波矢量方向上的功率流密度, d 为管的壁厚, T 为导波的周期, e_k 为动能密度, e_p 为应变能密度。

2 数值计算

2.1 SAFE 模型的计算精度分析

为了检验 SAFE 模型的计算精度, 以直径为 80 mm、壁厚为 5 mm 的管为例, 分别采用 SAFE 模型和基于全局矩阵法的 PCdisp 软件计算纵向模态和扭转模态导波的相速度频散曲线, 通过对比来考察 SAFE 模型的计算精度。计算中钢管的材料力学特性参数如表 2 所示。表中, ρ 为密度, E 为弹性模量, ν 为泊松比。计算结果如图 2 所示。图中, 虚线代表 8 网格节点 SAFE 模型计算结果, 短划线条代表 16 网格节点 SAFE 模型计算结果, 实线代表 32 网格节点 SAFE 模型计算结果, 点划线条代表 PCdisp 软件的计算结果。

完成上述计算, 即完成频率为 0~900 kHz, 步长为 1 kHz 的钢管频散曲线计算, PCdisp 软件和 32 网格节点 SAFE 模型的计算耗时如表 3 所示。

表 2 钢管的材料力学特性参数

Tab. 2 Mechanical parameters of steel pipe

$\rho/(\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	E/GPa	ν
7 850	206	0.3

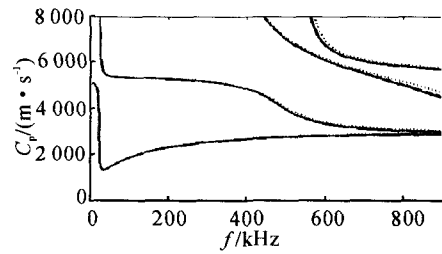
表 3 PCdisp 与 SAFE 模型计算耗时对比

Tab. 3 Time-consuming comparing PCdisp with SAFE model

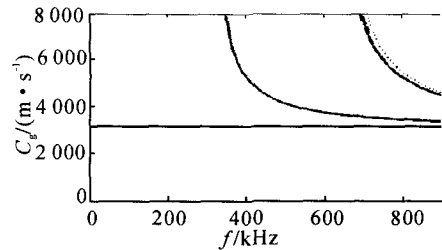
导波类型	PCdisp	32 网格 SAFE 模型
纵向模态导波	642.6	72.7
扭转模态导波	288.8	12.6

分析图 2 和表 3 的结果, 可以得出以下结论。

1) SAFE 模型的计算结果随着网格节点数的增



(a) 扭转模态导波频散曲线



(b) 纵向模态导波频散曲线

图 2 钢管相速度频散曲线

Fig. 2 Phase velocity dispersion curve of steel pipe

加逐渐收敛于 PCdisp 软件的计算结果, 32 网格节点 SAFE 模型的计算结果与 PCdisp 软件的计算结果完全一致, 说明 SAFE 模型具有相当高的计算精度。

2) 在相同网格节点数的条件下, 低阶模态导波的计算结果的精度优于高阶模态导波的计算结果, 故计算高阶模态导波时需要较多的网格节点数才能保证计算精度。

3) 从表 3 的对比可以看出, 采用本文建立的 32 网格节点 SAFE 模型计算纵向模态和扭转模态导波耗时分别为 PCdisp 耗时的 11.3% 和 4.4%, 大大提高了计算效率。

2.2 黏弹性层状管道结构轴对称模态导波传播分析

环氧树脂复合钢管在管路中比较常见, 由于具有良好的耐蚀性和经济性, 近年来越来越多地取代了镀锌钢管。本文研究的环氧树脂复合钢管以钢管为基础, 在内、外壁分别包覆环氧树脂层, 各层材料的力学特性和结构尺寸分别如表 4 和图 3 所示。以环氧树脂复合钢管为例, 研究导波在黏弹性层状复合管道结构中的传播特性。

表 4 环氧树脂复合钢管的材料力学特性参数

Tab. 4 Mechanical parameters of epoxy-Fe-epoxy composite pipe

材料	$\rho/(\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	E/GPa	ν	$\xi_L/(\text{Np} \cdot \lambda^{-1})$	$\xi_T/(\text{Np} \cdot \lambda^{-1})$
钢	7 850	206	0.3	0	0
环氧树脂	1 170	4	0.38	0.068	0.17

根据纵向模态导波和扭转模态导波的 SAFE 模型, 可以计算环氧树脂复合钢管中纵向模态导波

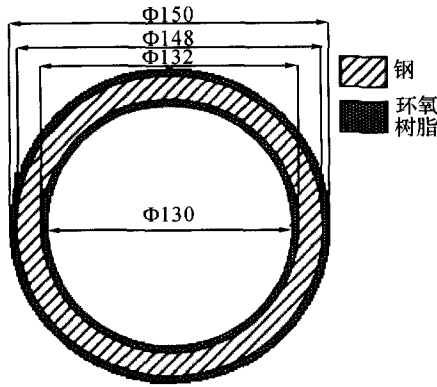


图 3 环氧树脂钢管的几何尺寸

Fig. 3 Geometric dimension of epoxy-Fe-epoxy composite pipe

的频散曲线(见图 4)和波结构(见图 5)以及扭转模式导波的频散曲线(见图 6)和波结构(见图 7)。

分析环氧树脂复合钢管的相速度和能流速度曲线和波结构,可以得到以下结论。

1)环氧树脂复合钢管中低阶纵向模式导波和扭转模式导波在高频时存在严重的衰减,且相速度和群速度在高频时呈现趋于环氧树脂的材料力学特性。

2)本文考察频率为 200 kHz 的导波衰减较小时的波结构。可以看出,在钢和环氧树脂边界,纵向模式导波和扭转模式导波的波结构存在明显的突变。

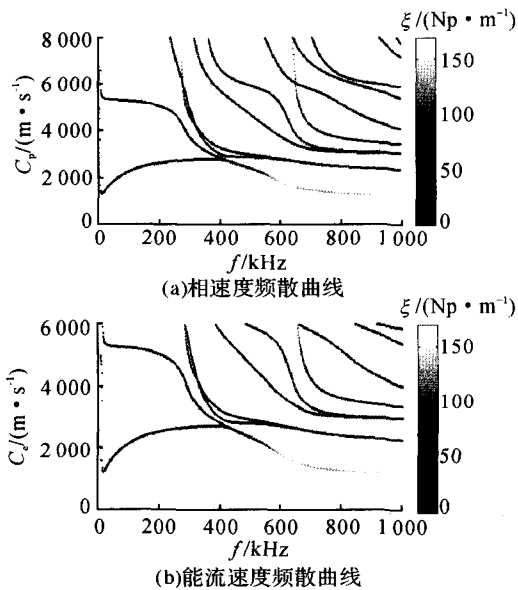


图 4 环氧树脂钢管纵向模式导波的相速度和能流速度曲线

Fig. 4 Phase velocity curve and energy flow velocity curve of longitudinal waves in epoxy-Fe-epoxy composite pipe

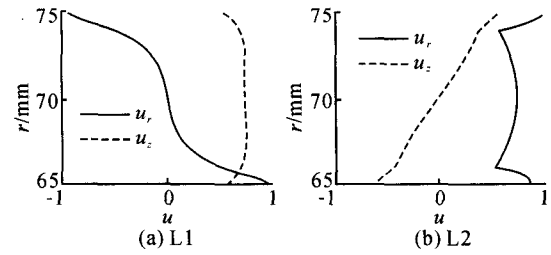


图 5 环氧树脂钢管纵向模式导波的波结构(200 kHz)
Fig. 5 Wave structure of longitudinal waves in epoxy-Fe-epoxy composite pipe (200 kHz)

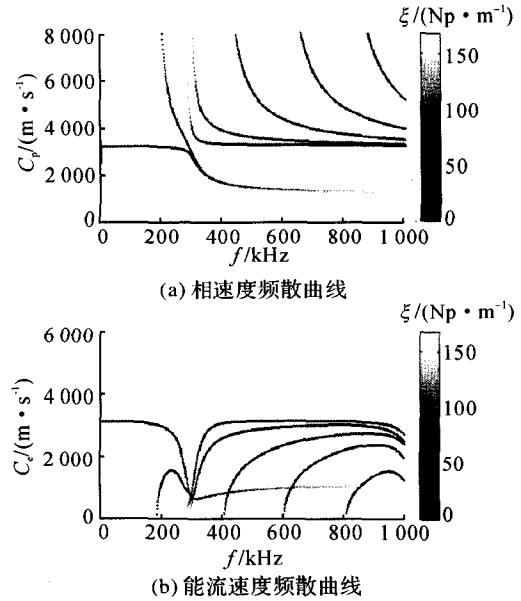


图 6 环氧树脂钢管扭转模式导波的相速度和能流速度曲线

Fig. 6 Phase velocity curve and energy flow velocity curve of torsional waves in epoxy-Fe-epoxy composite pipe

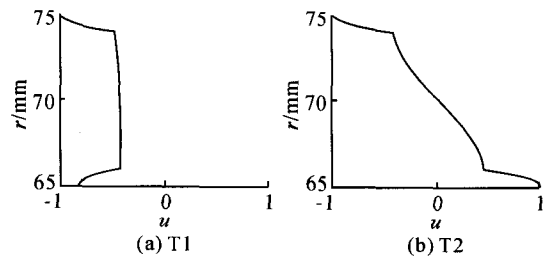


图 7 环氧树脂钢管扭转模式导波的波结构(200 kHz)
Fig. 7 Wave structure of torsional waves in epoxy-Fe-epoxy composite pipe (200 kHz)

3 结论

(1)本文分析轴对称模式导波的力学特性,提出

一种可以单独计算纵向模态导波和扭转模态导波的SAFE方法,大大提高了计算效率。

(2)研究网格节点数对SAFE模型计算精度的影响。将钢管SAFE模型的结果与全局矩阵法进行对比,结果显示,钢管SAFE模型和全局矩阵法完全一致,而且SAFE模型的计算效率大大高于全局矩阵法。

(3)应用轴对称模态导波的SAFE模型,计算环氧树脂钢管中纵向模态导波和扭转模态导波的频散曲线和波结构。计算结果反映了导波在黏弹性层状管道结构中的传播特性。

参考文献(References):

- [1] PAVLAKOVIC B, LOWE M. A general purpose approach to calculating the longitudinal and flexural modes of multi-layered, embedded, transversely isotropic cylinders [C]// **Review of Progress in Quantitative Nondestructive Evaluation**. New York: Kluwer Academic/Plenum Publishers, 1999: 239 - 246.
- [2] LOWE M, CAWLEY P, PAVLAKOVIC B. A general purpose computer model for calculating elastic waveguide properties, with application to non-destructive testing [C]// **Surface Waves in Anisotropic and Laminated Bodies and Defects**. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2004: 241 - 256.
- [3] SECO F. **Ultrasonic waves** [M]. Rijeka: Intech Open Access Publisher, 2012.
- [4] 刘增华, 何存富, 吴斌, 等. 双层管结构中扭转模态传播特性的理论分析与实验研究 [J]. **工程力学**, 2006, 23(11): 170 - 176.
LIU Zeng-hua, HE Cun-fu, WU Bin, et al. Theoretical and experimental research on propagation characteristic of torsion modes in two-layer pipes [J]. **Engineer Mechanics**, 2006, 23(11): 170 - 176.
- [5] 于保华, 杨世锡, 甘春标. 一种多层圆管纵向导波频散特性分析方法研究 [J]. **工程力学**, 2013, 30(4): 373 - 391.
YU Bao-hua, YANG Shi-xi, GAN Chun-biao. Research on frequency dispersion characteristic of longitudinal guided wave in multi-layer tube [J]. **Engineer Mechanics**, 2013, 30(4): 373 - 391.
- [6] VESNA D, RICHARD L W. Propagating and evanescent elastic waves in cylindrical waveguides of arbitrary cross section [J]. **Journal of the Acoustical Society of America**, 2004, 115(4): 1572 - 1581.
- [7] QI X, ZHAO X. Guided wave propagation in solid structures of arbitrary cross-section coupled to infinite media [C]// **Review of Progress in Quantitative Nondestructive Evaluation**. Portland: AIP, 2010: 1681 - 1688.
- [8] MU J, ROSE J L. Guided wave propagation and mode differentiation in hollow cylinders with viscoelastic coatings [J]. **Journal of the Acoustical Society of America**, 2008, 124(2): 866 - 874.
- [9] MU J, ROSE J L. Guided wave normal modes in hollow cylinders with viscoelastic coatings [C]// **Review of Progress in Quantitative Nondestructive Evaluation**. Portland: AIP, 2007: 86 - 91.
- [10] ROSE J L. **Ultrasonic waves in solid media** [M]. Cincinnati: Cambridge University Press, 1999.
- [11] BARTOLI I, MARZANIA A, SCALEA F L, et al. Modeling wave propagation in damped waveguides of arbitrary cross-section [J]. **Journal of Sound and Vibration**, 2006, 295(3/4/5): 685 - 707.
- [12] ACHENBACH J D. **Wave propagation in elastic solids** [M]. New York: North-Holland, 1984.
- [12] 曾南, 应行人. 非线性系统迭代学习控制算法 [J]. **自动化学报**, 1992, 18(2): 168 - 176.
ZENG Nan, YING Xing-ren. Iterative learning control algorithm for nonlinear dynamic system [J]. **ACTA Automatica Sinica**, 1992, 18(2): 168 - 176.
- [13] XU J X, WANG X W, HENG L T. Analysis of continuous iterative learning control systems using current cycle feedback [C]// **Proceedings of American Control Conference**. Seattle: IEEE, 1995: 4221 - 4225.
- [14] CHIEN C J, LIU J S. A P-type iterative learning controller for robust output tracking of nonlinear time-varying systems [J]. **International Journal of Control**, 1996, 64(2): 319 - 334.
- [15] WANG D W. Convergence and robustness of discrete time nonlinear systems with iterative learning control [J]. **Automatica**, 1998, 34(11): 1445 - 1448.
- [16] TAN K K, HUANG S N. A discrete-time iterative learning algorithm for linear time-varying systems [J]. **Engineering Applications of Artificial Intelligence**, 2003, 16(1): 185 - 190.

(上接第92页)