

DOI: 10.3969/j.issn.1001-3881.2025.10.016

文献引用: 祁天军, 李富荣, 黄绪山, 等. 液压作动器的复合控制设计及其稳定性研究[J]. 机床与液压, 2025, 53(10): 115-123.

Cite as: QI Tianjun, LI Furong, HUANG Xushan, et al. Composite control design and stability study of controlled hydraulic actuator[J]. Machine Tool & Hydraulics, 2025, 53(10): 115-123.

液压作动器的复合控制设计及其稳定性研究

祁天军, 李富荣, 黄绪山, 王飞, 赵钰峰

(中国石油天然气股份有限公司玉门油田分公司, 甘肃酒泉 735000)

摘要: 针对液压作动器 (HA) 位置跟踪, 设计一种基于奇异扰动理论的复合控制方法。从时间尺度分离的角度, 将 HA 分解为慢速机械子系统 and 快速液压子系统, 并采用奇异扰动理论进行复合控制。设计了一种基于障碍李雅普诺夫函数的带观测器反推控制器, 提出一种类似滑模面的误差变量, 将二阶机械子系统转化为一阶误差子系统, 由此将 HA 的位置跟踪误差约束分解为一阶误差子系统的输出约束和一阶液压子系统的稳定性问题。通过奇异扰动理论的稳定性分析, 证明通过合理选择控制参数, 所提方法能够实现位置跟踪误差约束和所需的稳定性能。最后, 通过仿真和实验验证了所提控制方法的有效性和实用性。结果表明: 所设计的复合控制器能够有效抑制液压作动器系统中的不确定性影响, 确保位置跟踪误差在规定范围内; 与传统的降阶模型非线性控制器 (RNC) 和反步设计控制器 (BDC) 相比, 所提方法在位置跟踪精度和稳定性方面具有显著优势。

关键词: 液压作动器; 复合控制设计; 奇异扰动理论; 稳定性控制

中图分类号: TM571.4

Composite Control Design and Stability Study of Controlled Hydraulic Actuator

QI Tianjun, LI Furong, HUANG Xushan, WANG Fei, ZHAO Yufeng

(Yumen Oilfield Branch, PetroChina Company Limited, Jiuquan Gansu 735000, China)

Abstract: A composite control method based on singular perturbation theory was designed for position tracking of hydraulic actuators (HA). From the perspective of time-scale separation, the HA was decomposed into a slow mechanical subsystem and a fast hydraulic subsystem, and composite control was implemented using singular perturbation theory. An observer-based backstepping controller was developed using a barrier Lyapunov function. An error variable similar to a sliding surface was proposed to transform the second-order mechanical subsystem into a first-order error subsystem. The position tracking error constraint of the HA was decomposed into an output constraint for the first-order error subsystem and a stability problem for the first-order hydraulic subsystem. Through the stability analysis of singular perturbation theory, it is proved that, with proper selection of control parameters, the proposed method can achieve the desired position tracking error constraints and stability performance. Finally, simulations and experiments verify the effectiveness and practicality of the proposed control method. The results show that the designed composite controller can effectively suppress the influence of uncertainties in the hydraulic actuator system and ensure that the position tracking error remains within the specified range. Compared with traditional reduced-order nonlinear controllers (RNC) and backstepping-designed controllers (BDC), the proposed method demonstrates significant advantages in both tracking accuracy and stability.

Keywords: hydraulic actuator; composite control design; singular perturbation theory; stability control

0 前言

液压作动器 (Hydraulic Actuator, HA) 因其高效能、高功率密度和高精度控制的特性, 在石油开采加工领域中具有重要的应用价值。参数不确定性、复杂摩擦力作用和其他干扰因素对液压作动器的输出稳定性具有重要影响^[1]。因此, 研究液压作动器的稳定性控制对于提升其工作性能具有重要意义。

基于观测器的控制方法在液压作动器的控制中越

来越受到关注, 扰动观测器^[2]和扩展状态观测器^[3]可为控制器合成中的在线补偿提供不确定性估计。LIU、WANG^[4]设计一种基于扰动观测器的状态估计器, 在不指定扰动有界性的情况下对扰动进行渐近估计, 通过将滤波误差补偿机制和辅助控制系统集成到动态表面控制中, 可以解决输入饱和和滤波误差问题。刘昊东等^[5]针对液压系统的稳定性控制, 提出一种基于扩展观测器的模型预测方法, 通过对液压系统的外部不

确定负载进行估计和补偿,提升了跟踪性能。董瑞佳等^[6]针对电液作动器的控制,提出一种结合前馈补偿和扩展状态观测器的控制方法,通过正弦位置指令对所提控制方法进行仿真验证,结果表明所提方法跟踪精度可达 0.2 mm。冯洪高、张亦斌^[7]结合压力传感器和编码器,提出一种面向电液作动器的驱动力反馈观测器,该控制方法能够精确跟踪反作用力下的扭矩特性。倪涛等^[8]针对液压作动器的主动控制,提出一种基于反馈模型的自适应位置跟踪控制方法,通过仿真和实验表明所提控制方法具有较优的位置跟踪精度。

上述研究为液压作动器的控制提供了重要参考价值。由于液压作动器的输出通常需要在整个操作过程中在可接受范围内跟踪所需轨迹,液压作动器的机械子系统一般采用二阶积分链形式来描述位置和速度动态响应^[9]。为了实现位置跟踪误差约束,需要计算中间虚拟控制法则的时间导数,这在高阶系统中极其复杂。为了规避这种情况,本文作者提出一种类似滑动面的误差变量,将二阶机械子系统转换为一阶误差子系统。通过这种转换,HA 的位置跟踪误差约束等同于转换后的一阶误差子系统的输出约束。在没有任何中间虚拟控制法则的情况下,就能轻松地设计基于障碍李雅普诺夫函数的慢速控制法则。结合两个扰动观测器来估计在线补偿的不确定性,通过快速控制法则来确保一阶液压力子系统的稳定性。

1 液压作动器系统建模

图 1 所示为液压作动器工作原理示意。该制动器采用泵控,控制电压作用于电机驱动器上,伺服电机驱动双向泵旋转,泵输出压力油以迫使油缸活塞杆运动,溢流阀用于限制最大工作压力,充油回路用于补偿外部泄漏,活塞杆上连接有负载,压力传感器和旋转编码器分别负责记录气缸腔内的压力和活塞杆的位置。活塞杆的动态响应可由牛顿定律确定:

$$m\ddot{y} = A(p_1 - p_2) - F_f - F_l + F_d \quad (1)$$

其中: m 为活塞杆和连接载荷的总质量; y 为活塞杆位置; A 为气缸柱塞面积; p_1 和 p_2 为气缸两个腔内的压力; F_f 为复杂的非线性摩擦力,包括线性黏性摩擦和其他非线性因素; F_l 为负载力; F_d 为由参数不确定性、未建模非线性和负载干扰引起的总和不确定性。

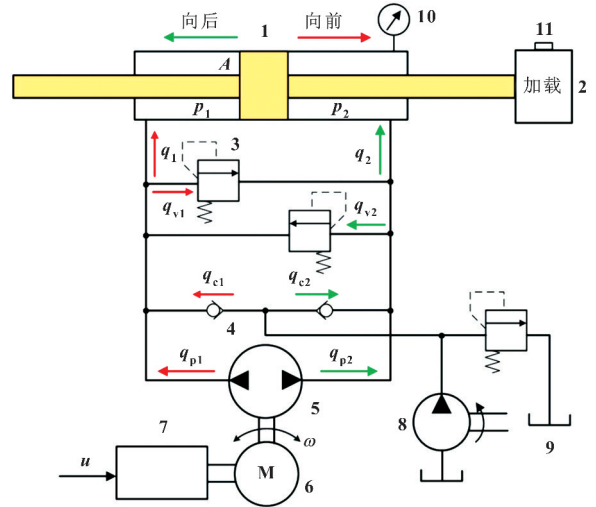
在不考虑外部泄漏的情况下,气缸两个腔室的压力动态响应分别为:

$$\dot{p}_1 = \frac{\beta_e}{V_{01} + Ay} [-Ay - C_{lc}(p_1 - p_2) + q_1 + q_{n1}] \quad (2)$$

$$\dot{p}_2 = \frac{\beta_e}{V_{02} - Ay} [Ay + C_{lc}(p_1 - p_2) + q_2 + q_{n2}] \quad (3)$$

其中: V_{01} 和 V_{02} 分别为每个腔室的初始控制体积

和连接管道的体积; β_e 为有效容积模量; C_{lc} 为气缸的总泄漏系数; q_1 和 q_2 为进入气缸两个腔室的流速; q_{n1} 和 q_{n2} 分别为参数不确定性和建模误差。



1—气缸 2—负载 3—溢流阀 4—单向阀 5—双向泵 6—伺服电机 7—电机驱动器 8—充油泵 9—油源 10—压力传感器 11—编码器

图 1 泵控液压作动器工作原理示意

Fig. 1 Working principle of pump controlled hydraulic actuator

根据图 1, 可以得出流速 q_1 和 q_2 之间的关系:

$$q_1 = q_{p1} + q_{c1} - q_{v1} \quad (4)$$

$$q_2 = q_{p2} + q_{c2} - q_{v2} \quad (5)$$

其中: q_{p1} 和 q_{p2} 为泵流速; q_{c1} 和 q_{c2} 为充注流速; q_{v1} 和 q_{v2} 为通过溢流阀的流速。正常运行时, 系统压力不会超过溢流阀的安全限值, 即溢流阀没有流速, 意味着:

$$q_{v1} = q_{v2} = 0 \quad (6)$$

泵的流速^[10]可表示为:

$$q_{p1} = -q_{p2} = D\omega - C_{lp}(p_1 - p_2) + q_{n3} \quad (7)$$

其中: D 为泵的容积排量; ω 为旋转速度; C_{lp} 为泵的总泄漏系数; q_{n3} 为参数不确定性和建模误差。

由于电机直接连接泵, 泵的旋转动力学可通过以下力矩平衡方程^[11]确定:

$$J\dot{\omega} = T_m - B\omega - T_d - D(p_1 - p_2) + q_{n3} \quad (8)$$

其中: T_m 为伺服电动机产生的转矩; J 为电机/泵的惯性; B 为摩擦因数; T_d 为泵/电机接口处的静摩擦力。文中, 伺服电机具有内部速度闭环和快速控制响应, 旋转动力学可以简化为静态方程:

$$\omega = K_m u \quad (9)$$

其中: K_m 为伺服电机的比例输入系数; u 为电压输入。状态变量定义为 $\mathbf{X} = [x_1, x_2, x_3]^T = [y, \dot{y}, p_1 - p_2]^T$, 结合式 (1) — (9), 得到所研究的 HA 数学模型如下:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = ax_3 + d_1 \\ \varepsilon \dot{x}_3 = b_1 u - b_2 x_2 - bx_3 + d_2 \\ y = x_1 \end{cases} \quad (10)$$

其中: $a_1 = A/m$, $\varepsilon = 1/\beta_c$, $b_1 = DK_m [1/(V_{01} + Ax_1) + 1/(V_{02} - Ax_1)]$, $b_2 = A [1/(V_{01} + Ax_1) + 1/(V_{02} - Ax_1)]$, $b_3 = C_t [1/(V_{01} + Ax_1) + 1/(V_{02} - Ax_1)]$, $C_t = C_{dc} + C_{up}$; 不匹配的不确定性 $d_1 = -F_f - F_1 + F_d$; 匹配的不确定性 $d_2 = (q_{n1} + q_{n3} + q_{c1}) / (V_{01} + Ax_1) - (q_{c2} + q_{n2} - q_{n3}) / (V_{02} - Ax_1)$ 。由于 V_{01} 和 V_{02} 包含管道体积, 因此无论活塞杆在何处, b_1 、 b_2 和 b_3 始终为正值。一般而言, β_c 的数量级为 10^9 或更高, ε 为远小于 1 的正常数, 即系统式 (10) 为奇异扰动形式, 在控制设计时可以利用奇异扰动理论。本文作者旨在开发一种连续控制法则 u , 以实现以下目标:

(1) 活塞杆的位置在预期范围内跟踪给定的参考轨迹, 即:

$$|y(t) - y_d(t)| < k_b \quad \forall t \geq 0 \quad (11)$$

其中: y_d 为给定的参考轨迹; k_b 为规定的边界。

(2) 可以获得较优的最终位置跟踪误差。

假设 1: 期望轨迹 $y_d(t)$ 及其三阶以下导数有界且连续;

假设 2: 不确定性 d_1 和 d_2 是有界的, 存在正常数 Δ_1 和 Δ_2 , 因此:

$$|\dot{d}_1| \leq \Delta_1, |\dot{d}_2| \leq \Delta_2 \quad (12)$$

合成不确定性 d_1 涉及非线性摩擦力 F_f , 通常采用非连续性模型来描述摩擦力在零速度附近的摩擦效应^[12]。非连续摩擦模型定义为:

$$F_f = (f_s - f_c) \exp[-(|x_2|/v_s)^m] \text{sign}(x_2) + f_c \text{sign}(x_2) + f_v x_2 \quad (13)$$

其中: v_s 为速度; f_s 为静摩擦力; m 通常取 1 或 2; f_c 和 f_v 分别为库仑摩擦系数和黏性系数。

这种非连续性导致摩擦力在零速度下不可微分, 为了解决这一问题, 定义一种平滑非线性摩擦模型来表示各种摩擦效应, 即:

$$F_f = \gamma_1 [\tanh(\gamma_2 v) - \tanh(\gamma_3 v)] + \gamma_4 \tanh(\gamma_5 v) + \gamma_6 v \quad (14)$$

其中: $\tanh(\gamma_2 v) - \tanh(\gamma_3 v)$ 为斯特里贝克效应; $\gamma_4 \tanh(\gamma_5 v)$ 为库仑摩擦力; $\gamma_6 v$ 为黏性摩擦力; γ_1 和 γ_4 为静摩擦力。根据文献 [13], 有:

$$\begin{aligned} \gamma_1 &= f_s - f_c, \gamma_2 > \gamma_3, \gamma_2 \gg 0, \gamma_3 = 1/v_s, \\ \gamma_4 &= f_c, \gamma_5 \gg 0, \gamma_6 = f_v \end{aligned} \quad (15)$$

可以看出, 采用光滑的非线性摩擦模型式 (14) 来描述 HA 系统中的实际摩擦是合理且切实可行的。因此, 非线性摩擦一阶导数的有界性得到了保证。假

设 1 在非线性系统的跟踪控制中确保了参考轨迹的平滑性, 从而防止了系统状态的突然振动^[14]。基于观测器的控制方法通常需要依赖假设 2。从实际角度来看, 考虑实际非线性动力学的能量和变化率是有限的。因此, 假设 1 和假设 2 是合理的。

2 基于奇异扰动理论的复合控制设计

2.1 扰动观测器的设计

文中设计了两个扰动观测器分别用于估计匹配和不匹配的不确定性:

$$\begin{cases} \hat{d}_1 = l_1(x_2 - \hat{x}_2), \hat{x}_2 = ax_3 + \hat{d}_1 \\ \hat{d}_2 = l_2(\varepsilon x_3 - \hat{x}_3), \varepsilon \hat{x}_3 = b_1 u - b_2 x_2 - b_3 x_3 + \hat{d}_2 \end{cases} \quad (16)$$

其中: $l_1 > 0$ 、 $l_2 > 0$ 为观测器增益。

估计误差定义为:

$$\tilde{d}_1 = d_1 - \hat{d}_1, \tilde{d}_2 = d_2 - \hat{d}_2 \quad (17)$$

由式 (16) 可知:

$$\begin{cases} \dot{\tilde{d}}_1 = -l_1 \tilde{d}_1 + d_1 \\ \dot{\tilde{d}}_2 = -l_2 \tilde{d}_2 + d_2 \end{cases} \quad (18)$$

由于式 (16) 中的观测器增益 l_1 和 l_2 以及扰动参数 ε 均为正常数, 因此总是存在正常数 h_1 和 h_2 , 使得:

$$\varepsilon h_1 l_1 = \varepsilon h_2 l_2 = 1 \quad (19)$$

估计误差的动态过程重写为:

$$\begin{cases} \varepsilon \dot{\tilde{d}}_1 = -\frac{1}{h_1} \tilde{d}_1 + \varepsilon \dot{d}_1 \\ \varepsilon \dot{\tilde{d}}_2 = -\frac{1}{h_2} \tilde{d}_2 + \varepsilon \dot{d}_2 \end{cases} \quad (20)$$

2.2 基于奇异扰动理论的复合控制器设计

HA 的数学模型式 (10) 和估计误差响应式 (20) 可用以下奇异扰动形式表示:

$$\dot{\zeta} = \phi(t, \zeta, \lambda) \quad (21)$$

$$\varepsilon \dot{\lambda} = \psi(t, \zeta, \lambda, u, \varepsilon) \quad (22)$$

其中: $\zeta = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$, $\lambda = \begin{bmatrix} x_3 \\ \tilde{d}_1 \\ \tilde{d}_2 \end{bmatrix}$, $\phi(t, \zeta, \lambda) =$

$\begin{bmatrix} x_2 \\ ax_3 + d_1 \end{bmatrix}$, 引入一个新的时间尺度 $\tau = t/\varepsilon$, 系统动力学响应式 (21) (22) 可用该时间尺度表示为:

$$\begin{cases} \frac{d\zeta}{d\tau} = \varepsilon \phi(t, \zeta, \lambda) \\ \frac{d\lambda}{d\tau} = \psi(t, \zeta, \lambda, u, \varepsilon) \end{cases} \quad (23)$$

可以看出, ζ 动力学响应可视为慢速子系统, λ 动力学响应可视为快速子系统。因此, 可以采用奇异扰动理论来获得一个积分链形式的减阶模型, 以便于控制设计和不确定性补偿。假设 $\varepsilon = 0$, 则式 (22) 转换为:

$$\psi(t, \zeta, \lambda, u, \varepsilon) = 0 \quad (24)$$

解 $\bar{\lambda}$ 被称为快速变量 λ 的“准稳态”, 计算式为:

$$\bar{\lambda} = [\bar{\lambda}_1, \bar{\lambda}_2, \bar{\lambda}_3]^T =$$

$$[(b_1 u - b_2 x_2 + \hat{d}_2)/b_3 \quad 0 \quad 0]^T \quad (25)$$

引入误差以表示实际状态与稳态状态之间的差异:

$$\eta = \lambda - \bar{\lambda} \quad (26)$$

由式 (25) (26) 可知:

$$x_3 = \bar{\lambda}_1 + \eta_1, \quad \tilde{d}_1 = \eta_2, \quad \tilde{d}_2 = \eta_3 \quad (27)$$

进一步有:

$$\begin{cases} \dot{\zeta} = \begin{bmatrix} x_2 \\ a_1 \bar{\lambda}_1 + a_1 \eta_1 + d_1 \end{bmatrix} = \\ \begin{bmatrix} x_2 \\ \frac{a_1 b_1}{b_3} u - \frac{a_1 b_2}{b_3} x_2 + a_1 \eta_1 + \frac{a_1 \hat{d}_2}{b_3} \end{bmatrix} \\ \varepsilon \dot{\eta}_1 = -b_3 \eta_1 + \eta_3 - \varepsilon \bar{\lambda}_1 \end{cases} \quad (28)$$

奇异扰动理论将三阶 HA 控制问题简化为二阶积分链系统的控制问题。由于 μ 被排除在 η_1 动力学响应外, η_1 的收敛性无法任意调整。为此, 设计一种基于奇异扰动理论的复合控制方法:

$$\mu = \mu_s + \mu_f \quad (29)$$

其中: μ_s 和 μ_f 分别为慢速和快速控制法则。将控制法则解耦, 并让其作用于相应子系统。只要规定一个限制性条件, 就可以得到:

$$\mu_f = 0, \eta = 0 \quad (30)$$

通过重复式 (24) 的步骤, 可以得到:

$$\bar{\lambda} = [(b_1 \mu_s - b_2 x_2 + \hat{d}_2)/b_3 \quad 0 \quad 0]^T \quad (31)$$

根据式 (31) 的修改使得 HA 系统转换为以下奇扰动系统:

$$\begin{cases} \dot{\zeta} = \begin{bmatrix} x_2 \\ a_1 \bar{\lambda} + a_1 \eta_1 + d_1 \end{bmatrix} = \\ \begin{bmatrix} x_2 \\ \frac{a_1 b_1}{b_3} \mu_s - \frac{a_1 b_2}{b_3} x_2 + a_1 \eta_1 + \frac{a_1 \hat{d}_2}{b_3} \end{bmatrix} \end{cases} \quad (32)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon \dot{\eta}_1 &= \varepsilon \dot{x}_3 - \varepsilon \dot{\bar{\lambda}}_1 = b_1 \mu_f + (b_1 \mu_s + b_2 x_2 - b_3 \bar{\lambda}_1 + \\ &\hat{d}_2) + \tilde{d}_2 - b_3 \eta_1 - \varepsilon \dot{\bar{\lambda}}_1 = b_1 \mu_f - b_3 \eta_1 - \eta_3 - \varepsilon \dot{\bar{\lambda}}_1 \end{aligned} \quad (33)$$

可以看出慢速控制法则 μ_s 是为了实现降阶积分链系统式 (32) 的位置跟踪误差约束设计的。定义跟踪误差向量 $e = [e_1, e_2]^T$, 其中:

$$e_1 = y - y_d, e_2 = x_2 - \dot{y}_d \quad (34)$$

其动力学响应为:

$$\dot{e} = \begin{bmatrix} e_2 \\ \frac{a_1 b_1}{b_3} \mu_s - \frac{a_1 b_2}{b_3} x_2 + a_1 \eta_1 + d_1 + \frac{a_1 \hat{d}_2}{b_3} - \ddot{y}_d \end{bmatrix} \quad (35)$$

为了将位置跟踪误差 e_1 约束在规定边界 k_b 内, 提出一个类似滑动面的误差变量 s :

$$s = r e_1 + e_2 \quad (36)$$

其中 $r > 0$ 为设计参数。对于任意 $k_b > |e_1(0)|$, 如果 $|s(t)| < \rho$, 则 $\forall t \geq 0$, 其中 ρ 为满足以下条件的任意常数:

$$0 < \rho < r(2k_b - |e_1(0)|) \quad (37)$$

则有:

$$|e_1(t)| < k_b, |e_2(t)| < r(2k_b - |e_1(0)|) \quad (38)$$

证明: 根据式 (35) (36) 可以得出:

$$\dot{e}_1 = r e_1 + s \quad (39)$$

则式 (39) 的解为:

$$e_1(t) = e^{-rt} e_1(0) + \int_0^t e^{-r(t-\gamma)} s(\gamma) d\gamma \quad (40)$$

假设 $|s(t)| < \rho$, $\forall t \geq 0$, 式 (40) 可以扩展为:

$$e_1(t) \leq |e_1(0)| + \int_0^t e^{-r(t-\gamma)} |s(\gamma)| d\gamma \leq$$

$$|e_1(0)| + \frac{\beta}{r} - \frac{\rho}{r} e^{-rt} \quad (41)$$

从而可以得到 $|e_1(t)| < k_b, \forall t \geq 0$ 。

由于 $e_2 = s - r e_1$, 因此:

$$e_2(t) \leq |s(t)| + r |e_1(t)| < \rho + r k_b < r(2k_b - |e_1(0)|) \quad \forall t \geq 0 \quad (42)$$

可以看出边界 k_b 和 ρ 取决于初始条件 $e_1(0)$, 即在跟踪不同参考轨迹时, 可以选择不同的值, 这就是所提滑动面误差变量的局限性。从前述分析可以推断出, 式 (32) (33) 的位置跟踪误差约束等价于构造 μ_s 以保证 $|s(t)| < \rho$ 。

将 s 对 t 微分, 得到以下一阶误差子系统:

$$\dot{s} = r e_2 + \frac{a_1 b_1}{b_3} \mu_s - \frac{a_1 b_2}{b_3} x_2 + a_1 \eta_1 + d_1 + \frac{a_1 \hat{d}_2}{b_3} - \ddot{y}_d \quad (43)$$

为了实现式 (43) 的输出约束, 设计一种基于 BLF (Barrier Lyapunov Function) 的慢速控制法则:

$$\mu_s = \frac{b_3}{a_1 b_1} \left[-k_1 s + \frac{a_1 b_1}{b_3} x_2 + \ddot{y}_d - \hat{d}_1 - \frac{a_1}{b_3} \hat{d}_2 - re_2 - \frac{s(a_1^2 + 1)}{4(\rho^2 - s^2)} \right] \quad (44)$$

其中： $k_1 > 0$ 为反馈增益； $-\frac{s(a_1^2 + 1)}{4(\rho^2 - s^2)}$ 为稳健项，

用于抑制 $a_1 \eta_1$ 和 η_2 的影响。 μ_i 的设计目的是使 η_i 子系统快速收敛，最终收敛至 0 附近的小区域； $a_1 \eta_1$ 项对 ζ 子系统的影响很小。 μ_i 必须满足限制性条件式 (30)。为此， μ_i 可以设计为：

$$\mu_i = -k_2 \eta_i / b_i \quad (45)$$

其中： $k_2 > 0$ 为反馈增益。闭环系统的控制框架如图 2 所示。

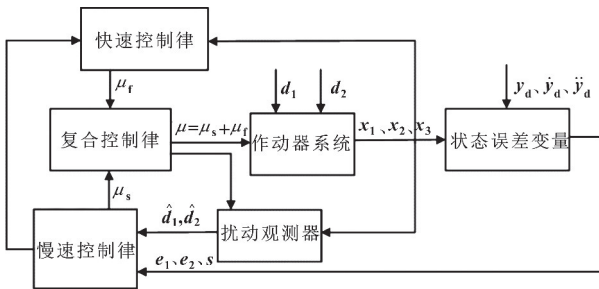


图 2 闭环系统控制框架

Fig. 2 Closed loop system control framework

奇异扰动理论引入双时间尺度视角，将原来的三阶 HA 分解为二阶积分链慢速子系统和一阶快速子系统^[15-16]。基于此，本文作者提出一种基于奇异扰动理论的复合控制方法。通过规定限制条件，将控制法则分为快速分量和慢速分量，并作为相应子系统的控制输入。此外，提出一种类似滑动面的误差变量，将控制任务进一步简化为转换后的一阶误差子系统的输出约束控制，并使一阶快速子系统稳定。因此，所提出的控制方法大大简化了控制器的设计，减轻了计算负担。

3 基于奇异扰动理论的闭环系统稳定性分析

结合式 (20)、(27)、(33)、(43) — (45)，闭环系统可以表示为以下奇扰动形式：

$$\begin{cases} \dot{s} = f(t, s, \boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\varepsilon}) \\ \boldsymbol{\varepsilon} \dot{\boldsymbol{\eta}} = \mathbf{g}(t, s, \boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\varepsilon}) \end{cases} \quad (46)$$

其中： $f(t, s, \boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\varepsilon}) = -k_1 s + a_1 \eta_1 + \eta_2 - \frac{s(a_1^2 + 1)}{4(\rho^2 - s^2)}$ ， $\mathbf{g}(t, s, \boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\varepsilon}) =$

$$\begin{bmatrix} -(k_2 + b_3)\eta_1 + \eta_3 - \varepsilon \dot{\lambda}_1 \\ -\frac{1}{h_1}\eta_2 + \varepsilon \dot{d}_1 \\ -\frac{1}{h_2}\eta_3 + \varepsilon \dot{d}_2 \end{bmatrix}。$$

奇扰动系统式 (46) 的稳定性分析分两个步骤进行：(1) 找出两个 Lyapunov 函数来研究边界层系统和简化系统的稳定性；(2) 将上述 Lyapunov 函数之和作为候选的复合 Lyapunov 函数来分析闭环系统的稳定性。

步骤 1，在 τ 时间尺度上设置 $\boldsymbol{\varepsilon} = 0$ ，得到边界层系统：

$$\frac{d\boldsymbol{\eta}}{d\tau} = \mathbf{g}(t, s, \boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\varepsilon}) = \mathbf{A}_\eta \boldsymbol{\eta} + \mathbf{B}_\eta \boldsymbol{\eta} \quad (47)$$

$$\text{其中：} \mathbf{A}_\eta = \begin{bmatrix} -(k_1 + b_3) & 0 & 0 \\ 0 & -h_1^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & -h_2^{-1} \end{bmatrix}, \mathbf{B}_\eta =$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}。$$

定理 1：如果控制参数 k_2 、 h_1 和 h_2 的选择使得 $1 - \|\mathbf{P}_\eta\|_2 > 0$ ，其中 \mathbf{P}_η 为满足 $\mathbf{P}_\eta \mathbf{A}_\eta + \mathbf{A}_\eta^T \mathbf{P}_\eta = -2\mathbf{I}$ 的对称正定矩阵，则边界层系统式 (47) 具有稳定性。

将 $\boldsymbol{\eta} = [0 \ 0 \ 0]^T$ 代入 $f(t, s, \boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\varepsilon})$ ，设 $\boldsymbol{\varepsilon} = 0$ ，则简化系统为：

$$\dot{s} = f(t, s, 0, 0) = -k_1 s - \frac{s(a_1^2 + 1)}{4(\rho^2 - s^2)} \quad (48)$$

如果初始条件满足 $|s(0)| < \rho$ 且控制参数 k_1 为正，则简化系统式 (48) 是渐近稳定的。且有， $|s(t)| < \rho, \forall t \geq 0$ 。

由于 $V(t) \leq V(0)$ ， $V(t)$ 的有界性保证了 $s(t)$ 在 $(-\rho, \rho)$ 内变化，且永远不会到达边界，即 $|s(t)| < \rho, \forall t \geq 0$ ；否则， $V(t)$ 将无界。

步骤 2，为闭环系统式 (46) 选择一个复合 Lyapunov 函数：

$$v(s, \boldsymbol{\eta}) = V(s) + W(\boldsymbol{\eta}) \quad (49)$$

定理 2：考虑闭环系统式 (46)，对于任何给定的正常数 c ，使得初始条件为 $(s(0), \boldsymbol{\eta}(0)) \in \Omega_s \times \Omega_\eta$ ，其中 $\Omega_s := \{s \in \mathbf{R} \mid V(s) \leq c\}$ 和 $\Omega_\eta := \{\boldsymbol{\eta} \in \mathbf{R}^2 \mid W(\boldsymbol{\eta}) \leq c\}$ ，存在正控制参数 k_1 、 k_2 、 h_1 和 h_2 ，使得：(1) 所有闭环系统信号均有界，位置跟踪误差的规定边界从未被违反；(2) 位置跟踪误差最终收敛至 0 附近的区域，通过选择适当控制参数，该区域可任意小。

根据稳定性分析推断，慢速控制法则 μ_s 和快速控制法则 μ_i 的设计分别是为了确保简化系统和边界层系统的渐近稳定性。考虑到扰动项可能导致闭环系统不稳定，对控制参数施加一些限制条件，以确保闭环系统的均匀极限有界性。同时，为了获得较优的最终跟踪精度，保留了原 HA 位置跟踪误差约束。通过增加 r 或减少 ρ 来改善位置跟踪误差的瞬态性和最终

跟踪精度。增加 σ 是提高最终跟踪精度的一种方法，可以通过增加 k_i ($i=1, 2$) 或减少 h_i ($i=1, 2$) 来调整 σ 的大小。

4 仿真分析与实验验证

4.1 仿真分析

在 MATLAB/Simulink 中开展模拟，验证所提控制方案的有效性。根据工程实践，液压系统的额定参数设定为： $m = 8 \text{ kg}$ ， $A = 6.4 \times 10^{-4} \text{ m}^2$ ， $D = 6 \times 10^{-6} \text{ m}^3/\text{r}$ ， $K_m = 4.17 \text{ r}/(\text{s} \cdot \text{V})$ ， $V_{01} = 4.7 \times 10^{-4} \text{ m}^3$ ， $V_{02} = 5.1 \times 10^{-4} \text{ m}^3$ ， $\beta_e = 10^9 \text{ Pa}$ ， $C_l = 5 \times 10^{-13} \text{ m}^3/(\text{s} \cdot \text{Pa})$ 。控制器设计中使用的参数 b_1 、 b_2 和 b_3 分别为其标称值的 85%、80% 和 70%。式 (14) 中各参数设定为： $\gamma_1 = 50$ 、 $\gamma_2 = 150$ 、 $\gamma_3 = 30$ 、 $\gamma_4 = 200$ 、 $\gamma_5 = 100$ 、 $\gamma_6 = 300$ 。外部扰动力 F_d 为：

$$F_d = 50 \tanh(500x_2) \sin(2\pi t) \quad (50)$$

参考值为：

$$y_d(t) = 30 \arctan[\sin(\pi t/2)](1 - e^{-t})/0.78 \text{ (mm)}。$$

作动器前后移动幅度均为 30 mm，可以用来测试作动器和泵两个移动方向的控制性能。规定边界 $k_b = 1.2 \text{ mm}$ 。为了证明所提出方案的有效性，构建以下 3 个可比较的控制器：

(1) SPC (Singular Perturbation Controller)，即文中所提基于奇异扰动理论的复合控制器，具有类似滑动面的误差变量。SPC 的控制器参数设定为： $k_1 = 10^5$ ， $k_2 = 5 \times 10^{-10}$ ， $h_1 = 5 \times 10^5$ ， $h_2 = 10^6$ ， $\rho = 0.06$ ， $r = 50$ 。

(2) RNC (Reduced-Order Model Nonlinear Controller)，一种基于降阶模型的非线性控制器^[17]，其结构为：

$$u = \frac{b_3}{a_1 b_1} \left(-L_1 e_1 - L_2 e_2 + \frac{a_1 b_2}{b_3} x_2 + \ddot{y}_d - \hat{d}_1 - \frac{a_1}{b_3} \hat{d}_2 \right) \quad (51)$$

反馈增益 $L_1 = 2 \times 10^6$ 、 $L_2 = 1.5 \times 10^5$ ，不确定性估计值 \hat{d}_1 和 \hat{d}_2 由式 (16) 给出。所有其他参数的选择与 SPC 相同，以便进行公平比较。

(3) BDC (Backstepping Design Controller)，一种具有动态曲面控制的反步设计控制器^[18]。BDC 的结构和控制参数如下所示：

$$\alpha_1 = -\gamma_1 z_1 + \dot{y}_d \quad (52)$$

$$\alpha_2 = \frac{1}{a_1} (-\gamma_2 z_2 - z_1 - \hat{d}_1 + \dot{\alpha}_{1d}) \quad (53)$$

$$u = \frac{1}{\beta_e b_1} (-\gamma_3 z_3 - a_1 z_2 + b_2 \beta_e x_2 + b_3 \beta_e x_3 - \beta_e \hat{d}_2 + \dot{\alpha}_{2d}) \quad (54)$$

$$\tau_1 \dot{\alpha}_{1d} + \alpha_{1d} = \alpha_1, \alpha_{1d}(0) = \alpha_1(0) \quad (55)$$

$$\tau_1 \dot{\alpha}_{2d} + \alpha_{2d} = \alpha_2, \alpha_{2d}(0) = \alpha_2(0) \quad (56)$$

其中： $z_1 = y - y_d$ ， $z_2 = x_2 - \alpha_{1d}$ ， $z_3 = x_3 - \alpha_{2d}$ ， \hat{d}_1 和 \hat{d}_2 由式 (16) 给出。控制参数选为 $\gamma_1 = 50$ 、 $\gamma_2 = 1000$ 、 $\gamma_3 = 30$ 和 $\tau_1 = \tau_2 = 0.015$ 。所有其他参数的选择均与建议方法相同，以便进行比较。

由图 3 可知，所有控制器的位置跟踪误差都保持在规定范围内，SPC 的性能优于 RNC 和 BDC，说明所提类似滑动面误差变量 s 在输出跟踪误差约束中的有效性。

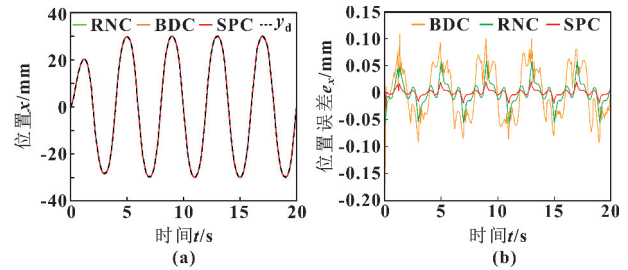


图 3 位置跟踪性能 (a) 及误差 (b) (仿真)

Fig. 3 Position tracking performance (a) and error (b) (simulation)

文中所提控制方法中的 s 、 e_1 和 e_2 的有界性如图 4 所示。与定理 1 一致，分别受到 ρ 、 k_b 和 $r(2k_b - |e_1(0)|)$ 的约束。因此位置跟踪误差的约束得以实现。从式 (34) 可以推断出， x_1 和 x_2 有界， x_3 的有界性如图 4 (d) 所示。图 5 所示为文中所提控制方法对不确定性估计的轮廓，可以看出扰动观测器在式 (16) 中获得的估计值能很好地跟踪实际值。图 6 所示为控制信号，可以看出其连续且有界。

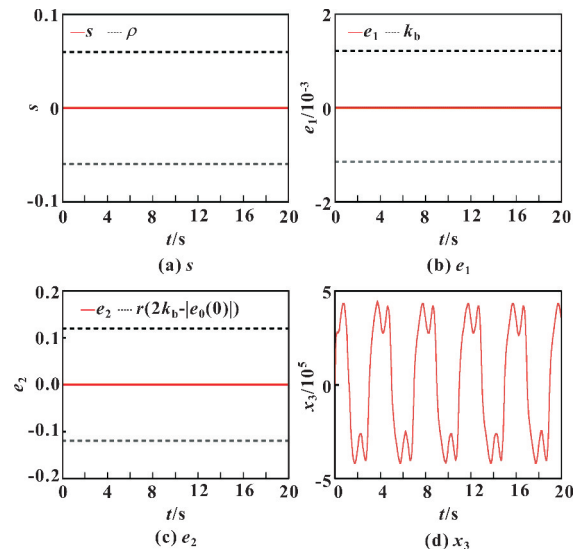


图 4 各参数的变化曲线 (仿真)

Fig. 4 Variation curves of various parameters (simulation): (a) s ; (b) e_1 ; (c) e_2 ; (d) x_3

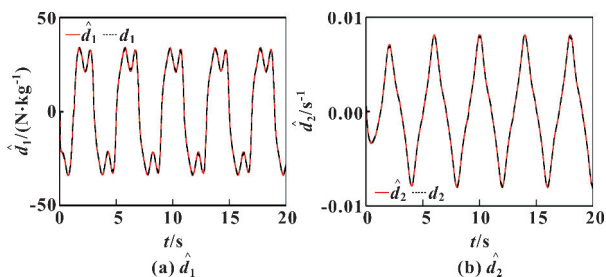


图 5 参数的不确定性估计 (仿真)

Fig. 5 Uncertainty estimation of parameters(simulation) :

(a) \hat{d}_1 ; (b) \hat{d}_2

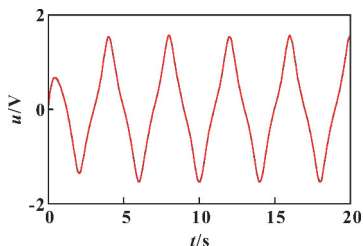


图 6 控制信号的输入 (仿真)

Fig. 6 Input of control signal(simulation)

根据控制参数的选择准则, 对于任何给定的初始条件, 总是存在足够大的控制参数 k_1 、 k_2 、 l_1 和 l_2 , 从而可以实现理想的控制性能。然而, 这一准则过于复杂, 在实际应用中难以遵循, 因为它们通常考虑了不确定性和系统参数的边界信息。文中提出了一种方法, 从较小的反馈增益开始并逐渐增加, 直至获得较优的控制性能。同时, 调整观测器增益以估计不确定性, 有助于提高控制精度。

4.2 实验验证

图 7 所示为实验台装置, 以测试所提控制方案的实用性。

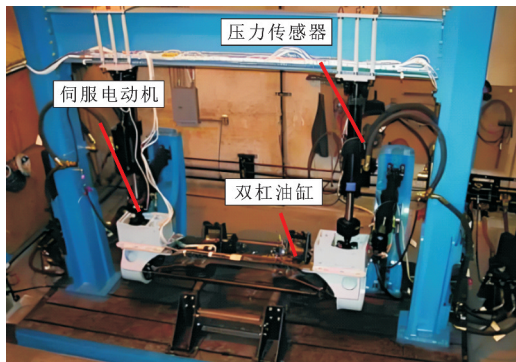


图 7 泵控液压作动器实验台装置

Fig. 7 Pump controlled hydraulic actuator test bench device

实验装置包括一个 Parker 双杆气缸、一个定量泵 (10 W) 和一个伺服电机。实验台安装了一个旋转编码器和两个压力传感器, 用于测量所需的位置和压力信号。速度信号通过对位置信号应用后向差分算法获得。采用两个截止频率为 20 Hz 的二阶巴特沃斯

滤波器来避免速度和压力信号中的测量噪声。以采样周期 $t_s = 1 \text{ ms}$ 对测量信号进行采样, 并通过数据采集模块传输至主机 PC。在 MATLAB/Simulink 中构建和执行控制算法, 通过嵌入式 QUARC 与 Quanser Q8-usb 通信, 将控制数据传输到直流电机驱动器。

为了研究所提方案的优越性, 将其与 RNC 和 BDC 进行比较。为了定量评估各控制器性能, 引入 3 个性能指标:

(1) 最大绝对误差

$$\delta_{\max} = \max_{i=1, \dots, N} \{ |e_1(i)| \} \quad (57)$$

(2) 平方误差积分:

$$\delta_{\text{ise}} = \sum_{i=1}^N (e_1(i))^2 \cdot t_s \quad (58)$$

(3) 时间积分乘以绝对误差:

$$\delta_{\text{itae}} = \sum_{i=1}^N e_1(i) \cdot it_s \quad (59)$$

其中: N 为采样数据数量。

控制器采用低频平滑参考轨迹 $y_d(t) = 30\arctan[\sin(\pi t/2)](1 - e^{-t})/0.78 \text{ (mm)}$, 规定边界 $k_b = 1.2 \text{ mm}$, 实验结果如图 8 和表 1 所示。可知: 所有控制器都将其位置跟踪误差限制在规定范围内, 且 SPC 的性能优于 RNC 和 BDC, 其离规定边界较远。这是由于式 (44) 中的 $s(1 + a_1^2)/[4(\rho^2 - s^2)]$ 项会迅速增长以提供足够强的控制作用, 防止位置跟踪误差接近其边界。

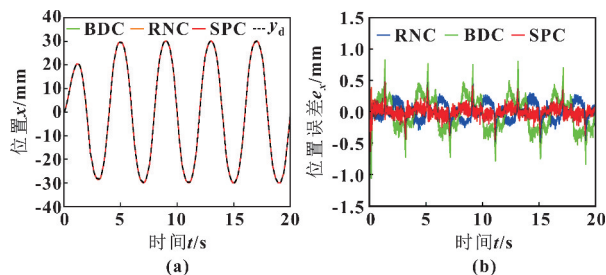


图 8 各控制器的位置跟踪曲线 (a) 和位置误差 (b) (实验)

Fig. 8 Position tracking curves(a) and position error(b) of each controller(test)

表 1 控制器性能指标对比

Tab. 1 Comparison of controllers performance indicators

指标	δ_{\max}/mm	$\delta_{\text{ise}}/(\text{mm}^2 \cdot \text{s})$	$\delta_{\text{itae}}/(\text{mm} \cdot \text{s})$
SPC	0.374	0.029	0.469
RNC	0.484	0.086	0.896
BDC	0.839	0.322	2.189

SPC 的 s 、 e_1 和 e_2 的曲线如图 9 所示, 3 个参数分别受 ρ 、 k_b 和 $r(2k_b - |e_1(0)|)$ 的约束, 验证了设计的类似滑动面误差变量 s 在确保 e_1 和 e_2 受已知边界约束方面的有效性。此外, 从图 10、11 可以看出不确定

性估计和控制信号的有界性,这进一步验证了所提控制设计的有效性。

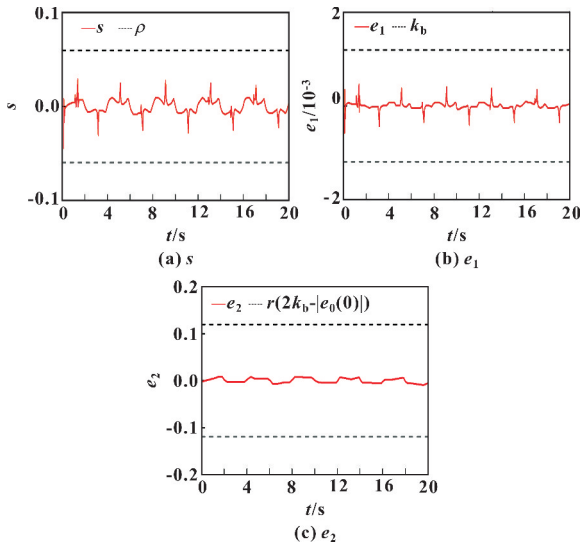


图 9 各参数的变化曲线情况(实验)

Fig. 9 Variation curves of various parameters(test):(a) s ;
(b) e_1 ;(c) e_2

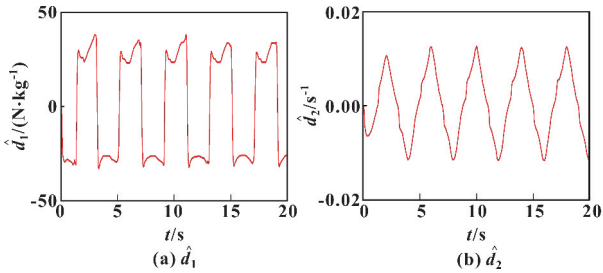


图 10 参数的不确定性估计(实验)

Fig. 10 Uncertainty estimation of parameters(test):(a) \hat{d}_1 ;
(b) \hat{d}_2

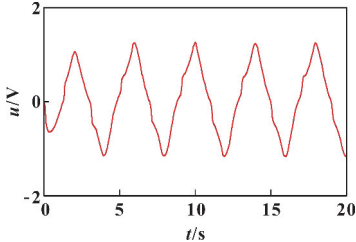


图 11 控制信号的变化曲线(实验)

Fig. 11 Change curve of control signal(test)

5 结论

提出一种基于奇异扰动理论的复合控制方法,用于具有位置跟踪误差约束的液压作动器。主要结论如下:

(1) 从双时间尺度视角将液压作动器分解为慢速机械子系统和快速液子子系统,从而将控制任务简化为两个降阶子子系统,对慢速和快速控制法则解耦后作为相应子子系统的输入。快速控制法则旨在使一阶液

压子子系统渐近收敛至与慢速控制法则相关的平衡点。

(2) 研究了液压作动器在不确定性条件下的位置跟踪误差约束,包含两个扰动观测器,其用于提供匹配和不匹配不确定性的估计。

(3) 理论分析表明,通过选择适当控制参数可以获得理想的稳定性性能。同时,仿真和实验证实了所提控制策略的有效性和实用性。所提控制方法具有控制结构简单、计算量小、控制精度高等特点。

参考文献

- [1] 葛曜文,朱威霖,刘家辉,等.电静液作动器精细化建模和特性分析[J].机械工程学报,2021,57(24):66-73.
GE Y W,ZHU W L,LIU J H,et al.Refined modeling and characteristic analysis of electro-hydrostatic actuator[J].Journal of Mechanical Engineering,2021,57(24):66-73.
- [2] 肖会芹,邓鲸昌,何静,等.基于滑模扰动观测器的PMSM增量式模型预测控制[J].制造技术与机床,2023(4):64-71.
XIAO H Q,DENG J C,HE J,et al.Incremental model predictive of PMSM based on sliding mode disturbance observer[J].Manufacturing Technology & Machine Tool,2023(4):64-71.
- [3] 李婷,姚叶明,张临海,等.基于多种未建模动态估计与补偿的电液舵机自适应容错控制[J].西北工业大学学报,2023,41(1):18-27.
LI T,YAO Y M,ZHANG L H,et al.Adaptive fault-tolerant control for electro-hydraulic servo actuator based on multiple unmodeled dynamics estimation and compensation[J].Journal of Northwestern Polytechnical University,2023,41(1):18-27.
- [4] LIU K,WANG R J.Antisaturation command filtered backstepping control-based disturbance rejection for a quadrotor UAV[J].IEEE Transactions on Circuits and Systems II:Express Briefs,2021,68(12):3577-3581.
- [5] 刘昊东,李世振,时文卓.基于扩张状态观测器的海工栈桥液压系统模型预测控制[J].液压与气动,2024,48(4):22-29.
LIU H D,LI S Z,SHI W Z.Model predictive control of offshore gangway hydraulic system based on extended state observer[J].Chinese Hydraulics & Pneumatics,2024,48(4):22-29.
- [6] 董瑞佳,董斌,谢强.基于摩擦补偿的电液作动器高精度控制[J].机床与液压,2022,50(1):97-101.
DONG R J,DONG P,XIE Q.High precision control of electro hydraulic actuator based on friction compensation[J].Machine Tool & Hydraulics,2022,50(1):97-101.
- [7] 冯洪高,张赤斌.电动静液作动器的高精度力反馈估计研究[J].机电工程,2021,38(4):458-463.
FENG H G,ZHANG C B.High precision force feedback estimation on electro-hydrostatic actuator[J].Journal of

- Mechanical & Electrical Engineering, 2021, 38(4): 458-463.
- [8] 倪涛, 吕博, 张泮虹, 等. 基于严格反馈模型的电液伺服作动器控制策略研究[J]. 中国机械工程, 2024, 35(5): 928-937.
- NI T, LYU B, ZHANG P H, et al. Research on control strategy of electro-hydraulic servo actuators based on strict feedback model[J]. China Mechanical Engineering, 2024, 35(5): 928-937.
- [9] 刘家辉, 梁相龙, 邓文翔, 等. 基于自适应渐近预设性能的电静液作动器跟踪控制[J]. 南京理工大学学报, 2023, 47(4): 514-522.
- LIU J H, LIANG X L, DENG W X, et al. Tracking control of electro-hydrostatic actuator based on adaptive asymptotic prescribed performance[J]. Journal of Nanjing University of Science and Technology, 2023, 47(4): 514-522.
- [10] 张永学, 何涛, 樊建春, 等. 压裂泵脉动流速对高压管汇振动特性的影响[J]. 石油机械, 2021, 49(10): 108-115.
- ZHANG Y X, HE T, FAN J C, et al. Effect of fluctuating flow rate of fracturing pump on vibration characteristics of high-pressure manifold[J]. China Petroleum Machinery, 2021, 49(10): 108-115.
- [11] 吴港永, 张人会, 芦维强, 等. 基于流固耦合的液环泵转子动力学特性分析[J]. 流体机械, 2023, 51(9): 34-41.
- WU G Y, ZHANG R H, LU W Q, et al. Dynamic characteristics analysis of liquid ring pump rotor based on fluid-structure interaction[J]. Fluid Machinery, 2023, 51(9): 34-41.
- [12] 叶宁, 周登宝, 任广安, 等. 电液作动器摩擦补偿指令滤波控制研究[J]. 机械设计与制造, 2024(4): 258-263.
- YE N, ZHOU D B, REN G A, et al. Command filtered control of electrohydraulic actuator with friction compensation[J]. Machinery Design & Manufacture, 2024(4): 258-263.
- [13] THENOZHI S, SÁNCHEZ A C, RODRÍGUEZ-RESÉNDIZ J. A contraction theory-based tracking control design with friction identification and compensation[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2022, 69(6): 6111-6120.
- [14] 郭宇飞, 许盛悦, 李慧子, 等. 基于改进滑模趋近律的振动基机械臂的有限时间轨迹跟踪控制[J]. 振动与冲击, 2022, 41(20): 86-92.
- GUO Y F, XU S Y, LI H Z, et al. Finite-time trajectory tracking control of oscillatory-based manipulators based on an improved sliding mode reaching law[J]. Journal of Vibration and Shock, 2022, 41(20): 86-92.
- [15] 郭新平, 汪成文, 刘华, 等. 基于扩张状态观测器的泵控电液伺服系统滑模控制[J]. 北京航空航天大学学报, 2020, 46(6): 1159-1168.
- GUO X P, WANG C W, LIU H, et al. Extended-state-observer based sliding mode control for pump-controlled electro-hydraulic servo system[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2020, 46(6): 1159-1168.
- [16] 陈瑛, 刘军, 姚仲安. 基于扰动观测器和新型非奇异快速终端的PMSM滑模控制[J]. 组合机床与自动化加工技术, 2022(3): 84-87.
- CHEN Y, LIU J, YAO Z A. PMSM sliding mode control based on disturbance observer and new non-singular fast terminal[J]. Modular Machine Tool & Automatic Manufacturing Technique, 2022(3): 84-87.
- [17] WANG C W, QUAN L, ZHANG S J, et al. Reduced-order model based active disturbance rejection control of hydraulic servo system with singular value perturbation theory[J]. ISA Transactions, 2017, 67: 455-465.
- [18] 陈滋凯, 李胜, 阮健, 等. 2D 伺服阀电-机械转换器参数实时优化的自抗扰同步跟踪控制[J]. 高技术通讯, 2021, 31(12): 1320-1330.
- CHEN Z K, LI S, RUAN J, et al. Active disturbance rejection synchronous tracking control with real-time parameters optimization of 2D servo valve electro-mechanical converter[J]. Chinese High Technology Letters, 2021, 31(12): 1320-1330.