

李佳豪, 任志贵, 庞晓平, 等. 液压挖掘机极限复合挖掘力建模及其不同理论挖掘力计算结果分析[J]. 机械科学与技术, 2024, 43(11): 1980-1992

液压挖掘机极限复合挖掘力建模及其不同理论挖掘力计算结果分析

李佳豪¹, 任志贵^{1,2}, 庞晓平³, 刘菊蓉^{1,2}, 李天瑜¹, 俞松松⁴

(1. 陕西理工大学机械工程学院, 陕西汉中 723001; 2. 陕西省工业自动化重点实验室, 陕西汉中 723001; 3. 重庆大学机械与运载工程学院, 重庆 400030; 4. 广西柳工机械股份有限公司, 广西柳州 545007)

摘要: 现有复合挖掘力模型缺少对实际作业中挖掘阻力存在阻力矩的考虑, 导致计算的复合挖掘力偏小, 不能反映真实作业中挖掘机的复合挖掘性能。因此, 基于挖掘阻力特性建立了以阻力矩和复合挖掘力方向角的主值区间为依据的极限复合挖掘力模型, 选取某 22 t 反铲液压挖掘机任一常态复合挖掘轨迹, 求解其挖掘阻力和不同理论挖掘力模型的挖掘力大小, 证实了极限复合挖掘力在挖掘作业中是最大的。此外, 基于某 36 t 反铲液压挖掘机两种不同工况的实际挖掘轨迹求解了不同理论挖掘力模型的轨迹挖掘力和主挖区内图谱挖掘力。结果表明: 极限复合挖掘力模型能更为确切地表征复合挖掘轨迹挖掘力性能, 并给出挖掘轨迹的最佳理论挖掘力表征方式。主挖区图谱挖掘力表明不同挖掘方式不同作业域所发挥的最大挖掘力是各有差异的。

关键词: 液压挖掘机; 极限复合挖掘力; 挖掘方式; 轨迹理论挖掘力; 图谱理论挖掘力

中图分类号: TU621

文献标志码: A

DOI: 10.13433/j.cnki.1003-8728.20230129

文章编号: 1003-8728(2024)11-1980-13

Modelling on Limit Compound Digging Forces of Hydraulic Excavators and Analysis of Different Theoretical Digging Force Results

LI Jiahao¹, REN Zhigui^{1,2}, PANG Xiaoping³, LIU Jurong^{1,2},
LI Tianyu¹, YU Songsong⁴

(1. School of Mechanical Engineering, Shaanxi University of Technology, Hanzhong 723001, Shaanxi, China; 2. Shaanxi Key Laboratory of Industrial Automation, Hanzhong 723001, Shaanxi, China; 3. College of Mechanical and Vehicle Engineering, Chongqing University, Chongqing 400030, China; 4. Guangxi Liugong Machinery Co., Ltd., Liuzhou 545007, Guangxi, China)

Abstract: The existing compound digging force model of hydraulic excavators does not take into account the existence of resistance moments in the actual work of the digging resistance, which results in the calculated compound digging force being smaller and does not reflect the compound digging performance of the excavator in real operation. Therefore, this paper proposes a limit compound digging force model based on the main value interval of the resistance moment and the directional angle of the compound digging force. Selecting any normal compound digging trajectory of a 22 t backhoe hydraulic excavator, its digging resistance and the digging force size are calculated by the proposed model and other theoretical digging force models respectively, and it is verified that the limit compound digging force is the maximum in the digging operation. In addition, based on a 36 t backhoe hydraulic excavator, the trajectory digging force of different theoretical digging force models and the digging force of the main digging area map were solved for the measured digging trajectories under two different working conditions. The results show that the limit compound digging force model can more accurately characterize the digging force performance of the compound digging trajectory, and give the best theoretical digging force characterization of the digging trajectory. The main digging area mapping force shows that the digging force exerted by different digging methods in different working areas is inconsistent.

Keywords: hydraulic excavators; limit compound digging forces; digging methods; trajectory theoretical digging forces; mapping theoretical digging forces

液压挖掘机作为工程机械装备制造业的一种多

功能机械设备, 被广泛应用在工业和民用基础设施建设、水利和交通运输工程、矿山采掘和军事化现代工程等领域。挖掘机在作业中的挖掘性能表现是设计和工作人员最为关注的, 也是衡量挖掘机设计的优劣与否。理论挖掘力作为一种能直观反映挖掘

收稿日期: 2022-07-21

基金项目: 陕西省技术创新引导专项(2021QFY05-03)与陕西省科技厅自然科学基金基础研究项目(2020JM-600)

作者简介: 李佳豪, 硕士研究生, lijiahao619@qq.com

通信作者: 任志贵, 教授, 硕士生导师, 博士, zhigui@163.com

机克服最大挖掘阻力的主要挖掘性能指标,其研究进展和研究结果也被行业广泛关注和应用。因挖掘阻力和挖掘力是一对相互作用力,所以求得了挖掘阻力也就得到了挖掘机在作业中所发挥的挖掘力。因此可以将挖掘机挖掘力的研究大体分为 3 类:集中在早期的土壤与刀具相互作用机制上的研究、基于数值模拟方法对挖掘力的预测研究以及理论挖掘力模型建立和求解研究。Mckyes^[1]给出了完整的土壤与刀具相互作用的土壤内聚力、附着力、内摩擦力、土壤与刀具相互作用摩擦力、土壤堆积效应以及惯性力等相关因素表达式。Park^[2]建立了能反映铲斗侧切削板对土壤的相互作用模型,并基于此模型开发了虚拟现实挖掘机仿真器。Wei 等^[3]提出了一种新铲斗和土壤相互作用模型并给出了铲斗所受切向力和法向力的表达式。Flores 等^[4]基于运动学转换器对正铲液压挖掘机分析了工作空间并求解了最大挖掘力,但是该求解中未考虑整机稳定性和附着性的限制并且只计算了特点方向上的挖掘力和破碎力。Janosevic 等^[5]考虑了液压挖掘机液压缸主动作用力、整机稳定性和工作空间内挖掘点可能的挖掘阻力方向对挖掘阻力的影响,计算了工作空间内不同方向上的边界挖掘力,并将边界挖掘力矢量端连接构成矢量多边形,还给出了修正挖掘力计算方法。Palomba 等^[6]提出了一种基于状态估计的方法来确定液压挖掘机在挖掘过程中土壤和铲斗之间所交换的力以及铲斗中积累的土壤荷载。王同建等^[7]和毕秋实等^[8]分别提出了一种利用离散元多体动力学(DEM-MBD)联合仿真基于不同作业工况对挖掘阻力进行预测以及对机械式挖掘阻力进行了仿真与实验。Renner 等^[9]提出了一种估计液压挖掘机工作装置连接在连杆上的铲斗(包括质量)的动态参数的新方法,并推导出了包含有效载荷的开环刚体系统的运动方程。作者团队在理论挖掘力模型的建立和挖掘阻力的求解方面,以挖掘点为对象,利用运动学逆解反求挖掘姿态,综合考虑整机稳定性、地面附着性、各液压缸驱动和闭锁条件,建立了理论挖掘力计算方法^[10];又建立了以工作装置为切入点,通过测量工作装置运动参数和液压缸压力来间接计算常态挖掘下的主动侧不完全挖掘阻力求解模型^[11]。此外,基于实测挖掘阻力特性的研究^[12],发现了挖掘阻力主要由切向分力构成,且法向分力和阻力矩也是不可忽略的一部分,统计了挖掘阻力较大部分的法向分力与切向分力的比值(阻力系数)、阻力矩与切向阻力的比值(阻力矩系数)的分布区间,发现二者有着相对固定的分布区间(主值区间),并且挖掘阻力方向角也有着相对固定的分布区间。基于此建立了考虑法向力和阻力矩的铲斗极限挖掘力模型和斗

杆极限挖掘力模型^[13]。又基于挖掘阻力方向角主值区间和铲斗逆角确定了复合挖掘力方向角的主值区间,以一定的步长离散复合挖掘力方向角的主值区间分别求解其每一可能方向角的复合挖掘力,取其复合挖掘力方向角主值区间所求解的最大值作为给定挖掘姿态的复合挖掘力^[14],但是该挖掘力模型未能考虑力矩对挖掘力的影响。

近年来有关于基于极限挖掘能力模型工作装置高强度轻量化设计^[15]和其匹配特性^[16]以及多体动力学分析仿真^[17]研究。本文基于挖掘阻力特性建立了以阻力矩和复合挖掘力方向角的主值区间为依据的极限复合挖掘力模型,以实测复合挖掘轨迹分析对比不同理论挖掘力模型所求解的挖掘力和挖掘阻力,验证极限复合挖掘力模型的正确性,完善了理论挖掘力求解模型。此外,分析不同挖掘方式下工装液压缸及其油压变化情况和不同挖掘工况下不同理论挖掘力求解模型对轨迹挖掘力的表征程度,得出极限复合挖掘力模型能够更为准确的反映复合挖掘作业轨迹挖掘力性能。并对不同理论挖掘力的主控区图谱挖掘力进行了分析对比,得出极限复合挖掘力在主控区的挖坑作业性能最优。

1 极限复合挖掘力模型

1.1 极限复合挖掘力的概念

反铲液压挖掘机理论挖掘力计算模型可以分为:只考虑液压缸工作推力的单缸铲斗挖掘力和斗杆挖掘力;考虑整机限制条件的整机铲斗挖掘力和斗杆挖掘力;考虑法向力和阻力矩影响的铲斗极限挖掘力和斗杆极限挖掘力;以及基于复合挖掘力方向角确定的复合挖掘力。对于铲斗和斗杆单独挖掘方式所计算的理论挖掘力已经被行业广泛应用,其单独挖掘方式的极限挖掘力也已被研究领域和行业所采用。但是对于复合挖掘力而言,至今还未能被行业所应用,其原因是复合挖掘方式中存在各工作液压缸的解耦问题较为复杂,而基于复合挖掘力方向角所计算的复合挖掘力其力值大小虽然大于斗杆极限挖掘力,但是却小于铲斗极限挖掘力并且与之相近,而非是挖掘机在实际作业中复合挖掘方式下所产生的挖掘力是要大于铲斗挖掘力和斗杆挖掘力的。该复合挖掘力模型中计算出的复合挖掘力较小,其原因很可能是该模型未考虑阻力矩的影响,所以类比铲斗和斗杆单独挖掘方式将法向力和阻力矩考虑进去的极限挖掘力模型,在现有的复合挖掘力模型中考虑阻力矩的影响而建立极限复合挖掘力的概念。其极限的含义是因为极限挖掘力模型中的阻力系数和阻力矩系数都是可变的,是分布在一个相对固定的区间(主值区间),所以这里的极限就是

指给定挖掘姿态下,在所有可能的阻力矩系数中所计算出的最大复合挖掘力,将其称为极限复合挖掘力。

1.2 挖掘机挖掘阻力特性

液压挖掘机理论挖掘力的计算旨在反映所能克服的最大挖掘阻力,是表征挖掘机挖掘能力的主要指标,所以理论挖掘力的计算结果应能反映出实际作业中的挖掘性能表现。基于对挖掘阻力特性的研究表明^[12],根据平面力系的合成原理,将作用在铲斗齿尖锐刃处的阻力分解为沿着铲斗运动的切向分力、垂直于铲斗运动方向与铲斗转动铰点相连的法向分力以及作用于铲斗齿尖的力矩,即挖掘阻力分解为切向阻力、法向阻力和阻力矩 3 部分。切向阻力是挖掘作业中的主要分力,与挖掘阻力合力变化趋势较为相似,法向阻力和阻力矩的变化趋势与挖掘方式相关。对于铲斗和复合挖掘方式而言,法向力和阻力矩呈正负波动式变化,而对于斗杆单独挖掘方式而言其法向力很小,阻力矩变化趋势较为平缓,所以在计算理论挖掘力时,三者都是不可忽略和简化的。法向力与切向力的比值以及阻力矩与切

向力的比值二者在挖掘作业中有着相对固定的分布区间(主值区间),将二者的比值称为阻力系数和阻力矩系数。该研究仅统计了挖掘阻力较大部分,即挖掘阻力大于平均挖掘力部分的阻力系数和阻力矩系数的主值区间,这样统计虽然考虑了大部分的挖掘情况,但是未能涵盖所有可能的情况,会导致给出的主值区间非最佳负载作用惯常区间。所以,基于 36 t 反铲液压挖掘机实测挖掘阻力数据^[12],采用核密度非参数估计方法重新统计了所有挖掘作业中阻力系数的阻力矩系数的分布区间。图 1 分别为 50 次常态挖掘作业中的每次挖掘轨迹上的阻力系数和阻力矩系数核密度函数分布图。从图 1 中可看出:阻力系数集中在 $[-0.2, 0.2]$ 分布区间的所有挖掘次数平均概率为 87.62%,阻力矩系数集中在 $[-0.2, 0.2]$ 分布区间的所有挖掘次数平均概率为 78.64%。相对而言,二者的负载作用惯常区间都可定义为 $[-0.2, 0.2]$,但对于阻力矩系数而言,仍有部分挖掘作业轨迹中相当一部分是超出该区间的。

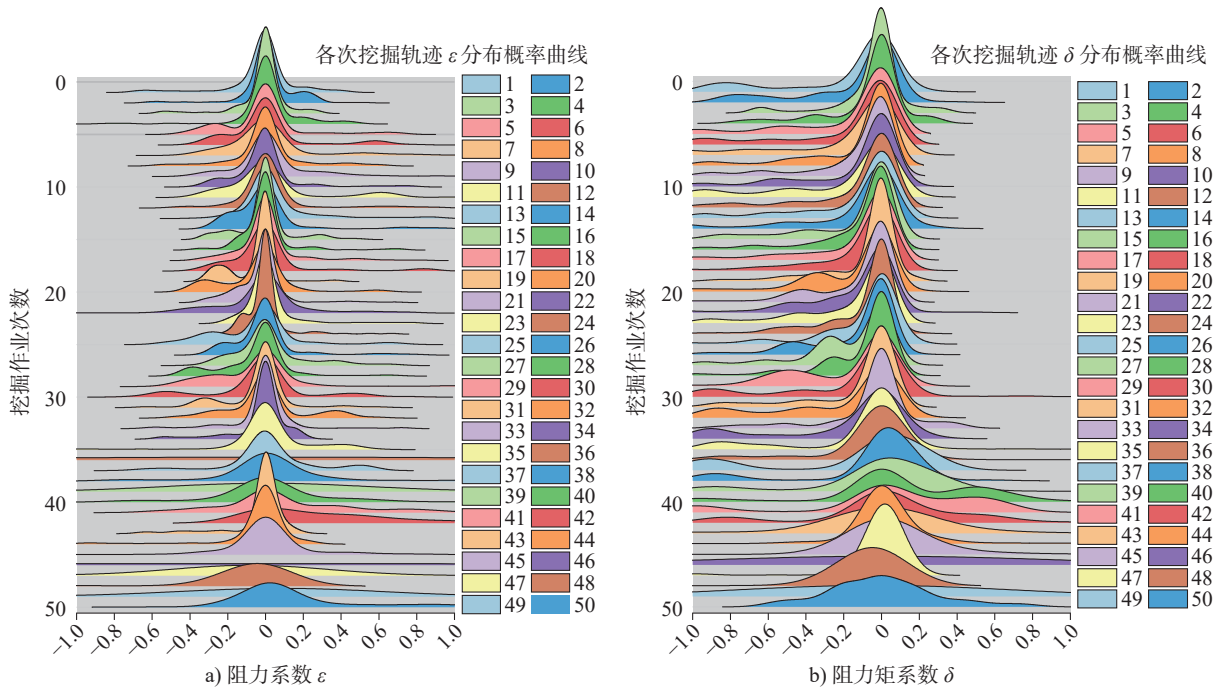


图 1 50 次常态挖掘作业的阻力系数和阻力矩系数分布区间

Fig. 1 Distribution interval of drag coefficient and resistance moment coefficient for 50 normal digging operations

1.3 极限复合挖掘力模型的建立

现有的整机理论挖掘力模型^[10]和极限挖掘力模型^[13]的建立都是基于不考虑铲斗和土壤的相互作用,而重点考虑各工作液压缸的主动作用推力和闭锁压力以及整机限制条件所建立的,其中整机限制条件一般是指考虑挖掘机在作业中可能会发生前倾或者后倾以及侧向滑移。所以首先要对挖掘机在作业中进行受力分析,其所受的力有机身、工作装置各部件、各液压缸的重力,各液压缸的推力和闭

锁压力以及计算整机的前倾力、后倾力和地面附着力,这些作用力可视为液压挖掘机所产生的主作用力,将其合成到铲斗齿尖后,与挖掘阻力系的切向阻力、法向阻力和阻力矩构成动态平衡,其挖掘机的受力分析如图 2 所示。对于现有的整机理论挖掘力模型^[10],其将法向力和阻力矩简化并忽略,所以对于上述各作用力与铲斗齿尖锐刃切向分力构成具有唯一未知量切向阻力的方程便可求解,该方程的解切向分力即为该模型下的整机理论挖掘力,其中对于铲

斗挖掘方式和斗杆挖掘方式有着各自相应的平衡方程。但是该模型中未考虑法向力和阻力矩对挖掘力的影响, 因此基于挖掘阻力特性的研究引入阻力系数和阻力矩系数可以将法向力和阻力矩结合起来考虑, 其定义阻力系数 $\varepsilon = F_t / F_n$, 阻力矩系数 $\delta = M_j / F_t$, 二者都是与切向阻力有关的。法向力 $F_n = \varepsilon \cdot A \cdot F_t$, 阻力矩 $M_j = \delta \cdot F_t$, 其中 A 为其变换矩阵, 其作用是将 3 个未知量统一为单一变量。所以在上述平衡方程中加入法向力和阻力矩的因素, 再取阻力系数和阻力矩系数负载作用惯常区间内的一组值, 联立平衡方程便可求解出不同挖掘方式的铲斗极限挖掘力和斗杆极限挖掘力(涵盖了法向力和力矩)。对于复合挖掘力而言, 因为给定挖掘姿态时其挖掘方向是变化的, 而非像铲斗和斗杆单独挖掘方式下其方向是固定的。所以基于阻力角特性的研究表明^[12], 挖掘阻力方向角和铲斗逆角有着显著的相关性, 其具体表现为也存在相对固定分布的主值区间。由铲斗逆角和阻力角来确定复合挖掘力方向的过程见图 2, 其详细过程见文献 [14]。该方法确定的复合挖掘力方向角可视为挖掘阻力合力所产生的方向角, 而根据挖掘阻力系合成原理, 其挖掘阻力合力即为考虑法向力和切向力, 但是未能考虑阻力矩对复合挖掘力的影响。因此, 在现有的复合挖掘力模型中, 给定阻力矩系数, 便可将阻力矩的影响考虑进来, 即在阻力矩和方向角二者变化时求解出的挖掘力即为极限复合挖掘力。

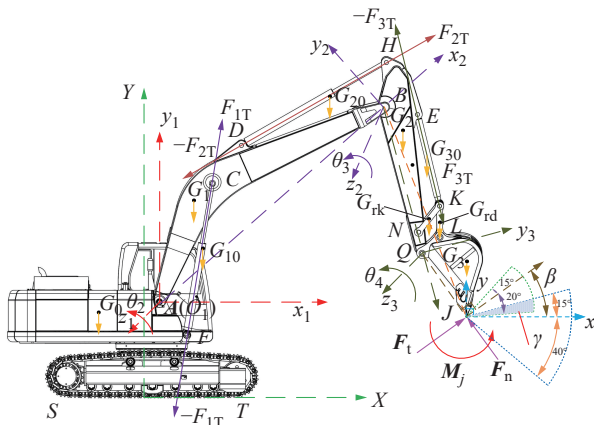


图 2 液压挖掘机受力分析及复合挖掘力方向角的确定
Fig. 2 Force analysis of hydraulic excavators and determination of the directional angle of compound digging force

2 极限复合挖掘力模型的求解验证

2.1 求解

第 1.2 节中所得阻力系数和阻力矩系数的负载作用惯常区间都为 $[-0.2, 0.2]$, 对于极限复合挖掘力的计算, 因为得到复合挖掘力方向便考虑的是挖掘阻力合力, 因此这里仅采用阻力矩的负载作用惯

常区间。在图 1 所示中有 78.64% 的分布概率是位于 $[-0.2, 0.2]$, 但为了解释在复合挖掘力方向角和阻力矩都变化的情况下, 这里将阻力矩的范围增大至涵盖绝大部分所有可能的情况为 $[-0.6, 0.4]$ 。根据第 1.3 节所建立的极限复合挖掘力模型, 假如给定某 22 t 反铲液压挖掘机的挖掘点姿态为 $\theta_2 = -10^\circ$, $\theta_3 = 120^\circ$, $\theta_4 = 120^\circ$, 由挖掘点姿态确定出铲斗逆角, 进而与阻力角的主值区间确定出复合挖掘力的方向角为 $[-5^\circ, -40^\circ]$, 其中 θ_2 是指动臂相对机身的转角, θ_3 是指斗杆相对动臂的转角, θ_4 是指铲斗相对斗杆的转角, 具体标注以及复合挖掘方向角的确定见图 2 所示。在将复合挖掘力方向角的主值区间和阻力矩系数的负载作用惯常区间以一定的步长离散, 本文取定 0.05, 分别代入复合挖掘时, 铲斗缸和斗杆缸主动作用充分发挥、动臂缸大小腔闭锁、整机前倾限制和后倾限制以及地面附着性限制建立挖掘机平衡方程, 具体表达式见文献 [10]。因需要在平衡方程中保证斗杆铰点 B 和铲斗铰点 Q 能实现如图 2 所示的顺时针转动挖掘姿态, 即平衡方程对二者铰点的力矩均需要大于 0, 该平衡方程也称为限制挖掘力发挥的限制不等式组。然后将给定一组复合挖掘力方向角值和阻力矩系数值来依次求解所有限制条件的不等式组。因需要满足所有限制条件, 即取其中的最小值便可得到给定一组复合挖掘方向角和阻力矩系数值的复合挖掘力。其次在将复合挖掘力方向角和阻力系数的区间内所有值带入限制不等式组来求得所有给定挖掘姿态可能的极限复合挖掘力, 其结果如图 3 所示。

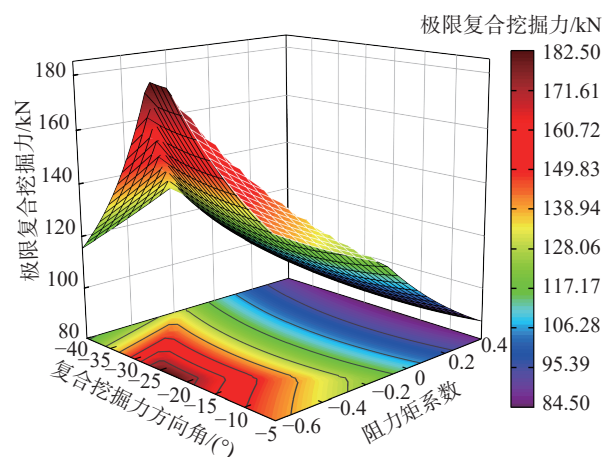


图 3 方向角和阻力矩影响下的所有可能极限复合挖掘力
Fig. 3 All possible limit compound digging forces under the influence of directional angles and resisting moments

由图 3 可得, 在复合挖掘力方向角为 $-15^\circ \sim -28^\circ$ 时, 复合挖掘力较大且均大于 149.83 kN。但是对于阻力矩系数取 -0.6 这种情况在阻力特性的研究中仅仅只是极少数, 所以其发生的可能性几乎很小, 并且对于一台 22 t 反铲液压挖掘机而言, 其所能发挥的

最大挖掘力理论是在机重的 0.8 左右, 所以求解出发生情况很小且挖掘力很大的复合挖掘力意义不大, 对表征挖掘机性能也失去了意义。当阻力矩系数为 0 时, 所求解出的便是现有的复合挖掘力模型为 108.52 kN, 结合第 1.2 节对阻力矩系数的核密度函数估计, 为表征大多数可能发生的情况, 后文在计算极限复合挖掘力时, 将阻力矩系数设定为 $[-0.2, 0.2]$ 。所以当复合挖掘力方向角为 23.5° , 阻力矩系数为 -0.2 时, 所计算出的极限复合挖掘力为 129.64 kN, 相比现有复合挖掘力模型其力值增加了 19.46%。上述完成了给定挖掘姿态下的极限复合挖掘力计算, 当给定挖掘点时即给定挖掘点位姿, 由挖掘机运动学逆解便可以求解得到有限种可能的挖掘姿态, 依次将每种可能的挖掘点姿态代入如图 4 所示的给定挖掘点的极限复合挖掘力计算流程, 当计算出所有姿态的极限复合挖掘力, 取其中最大值便可得到给定挖掘点的极限复合挖掘力。

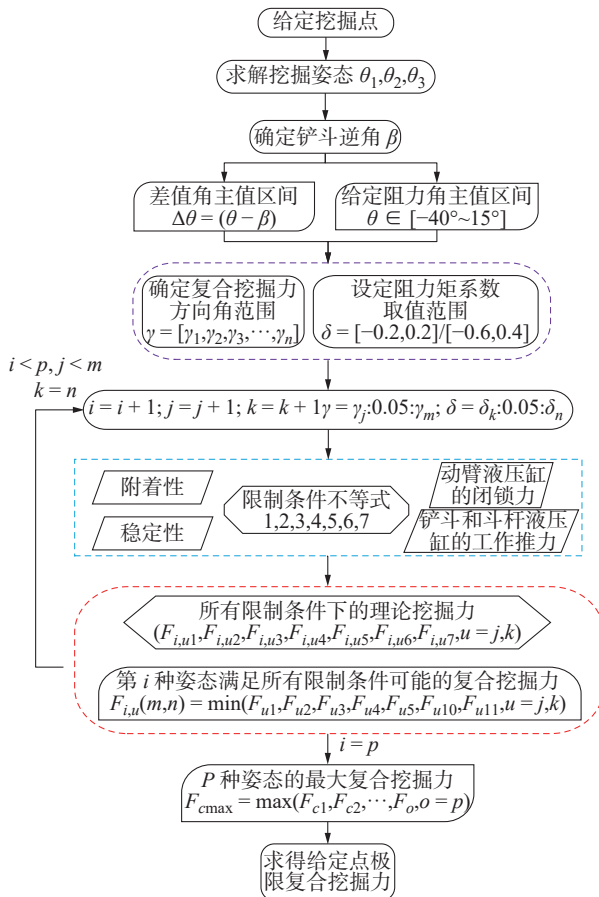


图 4 极限复合挖掘力计算流程

Fig. 4 Limit compound digging force calculation flow chart

2.2 验证

极限复合挖掘力模型作为理论挖掘力模型的一种, 其计算结果也必定大于实际作业中的所遇到的挖掘阻力, 为了验证复合挖掘方式所发挥的挖掘力要大于单缸铲斗挖掘和斗杆挖掘所发挥的挖掘力。因此, 基于某 22 t 反铲液压挖掘机实测挖掘作业中选定任意一段常态挖掘过程轨迹来验证极限复合挖掘力是否大于挖掘阻力, 以及不同理论挖掘力计算

模型所得到结果是如何的。

图 5 为某 22 t 反铲液压挖掘机复合挖掘方式的一段挖掘轨迹工装姿态还原图。将挖掘轨迹以一定的步长离散成挖掘点, 每一挖掘点对应一挖掘姿态, 可以看到挖掘姿态越密集处表示挖掘速度越慢, 相应的挖掘阻力也就越大; 挖掘姿态越稀疏处表示挖掘速度较快, 相应的挖掘阻力较小。并且在发生调整挖掘姿态的两处, 挖掘姿态达到最密, 说明可能是发生挖掘阻力最大处。

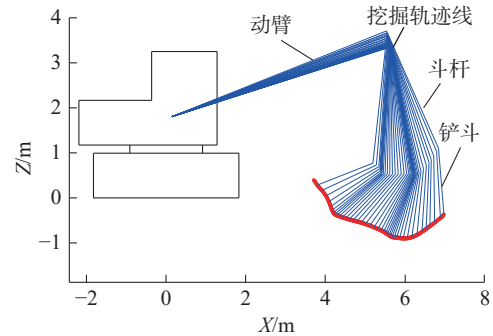


图 5 实测复合挖掘方式轨迹工装位姿图

Fig. 5 Measured compound digging trajectory tooling position diagram

图 6 为图 5 所示该机型的复合挖掘轨迹的实时各液压缸变化量以及实时油压变化情况。分析可得动臂液压缸基本上处于闭锁状态, 其变化量变化不大; 而铲斗液压缸和斗杆液压缸二者长度是同时增大, 表明了实际作业是处于铲斗缸和斗杆缸联动的状态, 即复合挖掘方式。并且二者的变化趋势也表明在 $0 \sim 3$ s 时, 二者斜率相近说明是铲斗缸和斗杆缸共同主控; 在 $3 \sim 6$ s 阶段, 铲斗缸伸长量的斜率是大于斗杆缸的, 说明是处于铲斗缸主控, 斗杆缸联动的状态; 在 $6 \sim 8$ s 阶段, 铲斗缸的伸长量变化很小, 几乎是处于闭锁状态, 而斗杆缸的变化量很大, 说明是处于斗杆缸主控, 铲斗缸联动的状态。在 $0 \sim 8$ s 时基本完成了铲斗切削装土阶段, 在最后的 $8 \sim 10$ s, 铲斗缸和斗杆缸再次处于变化率相近的状态, 说明挖掘作业最后阶段的满载回转提升阶段也是两缸联动的状态。

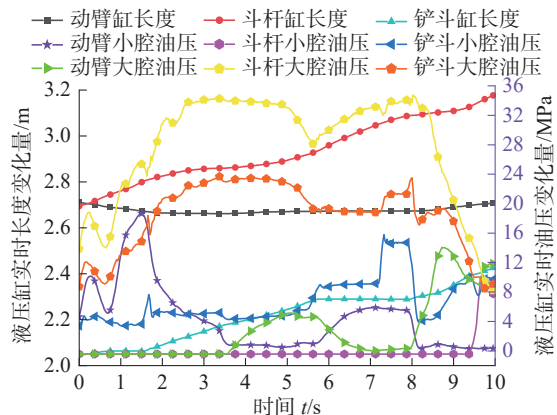


图 6 复合挖掘方式实时液压缸变化量及油压变化图

Fig. 6 Real-time hydraulic cylinder variation and oil pressure variation diagram for compound digging method

分析各液压缸的油压变化情况可得, 对于动臂液压缸其小腔油压在 0~3.5 s 变化幅度较大, 且在 1.5 s 附近油压达到最大, 而此时大腔油压依旧为 0, 说明此处动臂缸闭锁主要是依靠动臂缸小腔闭锁; 动臂小腔油压在 3.5~5.8 s 和 8.2~10 s 油压数据很小, 而此时大腔油压数据较大, 所以总体来看动臂大小腔油压在复合挖掘中二者处于相反变化趋势。对于斗杆大腔和铲斗大腔二者的油压数据变化趋势基本上是相似的, 而斗杆缸小腔油压大小在整个作业中都是处于 0 值, 铲斗缸的小腔油压数据变化趋势平缓, 只是在 7 s 和 8 s 时变化较大, 说明铲斗挖掘力和斗杆挖掘力主要是二者的大腔油压所贡献的, 并且可以看出在复合挖掘中斗杆大腔的油压数据是要大于铲斗大腔的油压数据, 表明了在该复合挖掘轨迹中对复合挖掘力的贡献, 其斗杆缸充分发挥比是要大于铲斗缸充分发挥比的。

图 7 为图 5 复合挖掘轨迹的实测挖掘阻力的分解图。分析可得在 0~6 s 时铲斗切向阻力和挖掘阻力合力很接近, 此时是处于铲斗切削装土阶段; 在 6~8 s 时切向阻力和挖掘阻力合力相差较大, 而法向阻力逐渐增到最大, 此处是处于铲斗即将开始进行满载转斗阶段; 8~10 s 处于满载回转提升阶段挖掘阻力逐渐减少至 0。总体来看切向阻力的大小与挖掘阻力合力大小在切削装土阶段相近, 法向阻力小于切向阻力, 但在满载转斗阶段会出现大于切向阻力的情况, 阻力矩的大小是要小于切向阻力和法向阻力的, 其变化趋势相对而言较为平缓。阻力矩在作业中呈现为负值, 与预定假设方向相反, 说明阻力矩反而克服一部分挖掘阻力, 使得挖掘机所能发挥挖掘力更大, 这也说明了复合挖掘中考虑阻力矩的必要性。

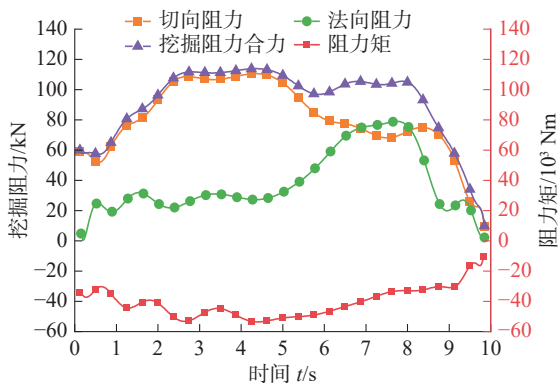


图 7 实测复合挖掘轨迹阻力变化图

Fig. 7 Measured compound digging trajectory resistance variation diagram

图 8 为图 5 所示的实测复合挖掘轨迹的挖掘阻力和理论挖掘力对比图。分别计算了铲斗极限挖掘力、斗杆极限挖掘力、复合挖掘力以及极限复合挖掘力, 分析对比可得两种复合挖掘力和铲斗极限挖掘力均大于挖掘阻力, 而斗杆极限挖掘力出现了挖

掘阻力大于挖掘力的情况, 分别在 4.5 s 附近和 7.8 s 附近, 即对应图 5 的挖掘轨迹还原图中的调整挖掘姿态处, 挖掘姿态越密集, 挖掘阻力越大。复合挖掘力在 0~5 s 时, 挖掘力平均约大于斗杆极限挖掘力 20 kN, 而在 5 s 以后复合挖掘力开始逐渐减小, 但始终大于斗杆极限挖掘力和挖掘阻力。铲斗极限挖掘力变化趋势较为平缓且始终大于斗杆极限挖掘力和复合挖掘力。极限复合挖掘力在 0~6.3 s 时为其理论挖掘力中最大的, 在 6.3 s 以后逐渐降低出现了小于铲斗极限挖掘力的情况。这表明在挖掘作业中, 满载转斗阶段的极限复合挖掘力是要小于铲斗极限挖掘力的, 而在切削装土阶段的极限复合挖掘力是大于铲斗极限挖掘力的, 这也与实际作业情况相一致。因为满载转斗阶段绝大多数都只是由铲斗缸单独作用完成的, 而切入土壤和切削装土阶段中基本上都是复合作业状态。综合对比可得极限复合挖掘力的确为其理论挖掘力计算模型中最大的, 在挖掘作业中也是要大于铲斗极限挖掘力和斗杆极限挖掘力的。其极限复合挖掘力模型计算结果也验证了在实际作业中所测试得到的挖掘阻力, 即在复合作业中挖掘机克服挖掘阻力所发挥的挖掘力, 是要大于理论计算的铲斗极限挖掘力和复合挖掘力的, 这也表明了极限复合挖掘力更能有效的表征挖掘机在实际作业中的挖掘性能表现。

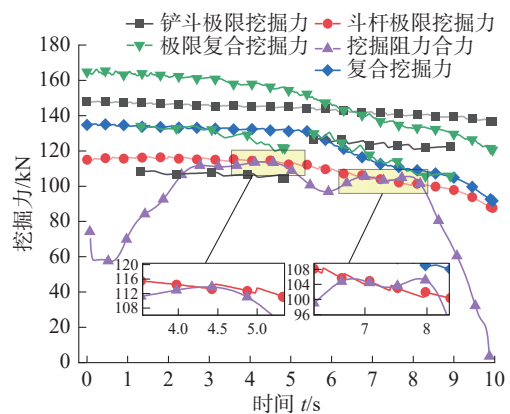


图 8 实测复合轨迹阻力及理论挖掘力对比图

Fig. 8 Comparison of measured compound trajectory resistance with theoretical digging force

3 不同挖掘方式和挖掘工况轨迹理论挖掘力分析

3.1 单缸挖掘方式

3.1.1 工作装置液压缸变化分析

在第 2.2 节分析了某 22 t 实测复合挖掘轨迹的工作装置各液压缸油压变化情况, 为了得到在铲斗和斗杆单独挖掘方式下其各液压缸的油压变化情况, 选取了实测中初始挖掘姿态为 $\theta_2 = -13.90^\circ, \theta_3 =$

145.42°, $\theta_4 = 170.12^\circ$ 的铲斗单独挖掘方式得挖掘轨迹, 其工装位姿原图如图 9a) 所示。选取实测中挖掘姿态为 $\theta_2 = 4.47^\circ, \theta_3 = 108.15^\circ, \theta_4 = 157.38^\circ$ 的斗杆单独挖掘方式的挖掘轨迹, 其工装位姿还原图如图 9b) 所示。同样从轨迹姿态图可以反映出当挖掘姿态较为密集时表示挖掘速度较慢, 挖掘阻力较大, 反之亦然。因为在实际作业中单独挖掘方式较少且都是存在复合挖掘轨迹中的, 所以对于单独挖掘方式分析其挖掘阻力与理论挖掘力这里就不在详细阐述, 主要来分析其工作液压缸的油压变化情况, 以揭示影响挖掘力发挥的各液压缸限制情况。

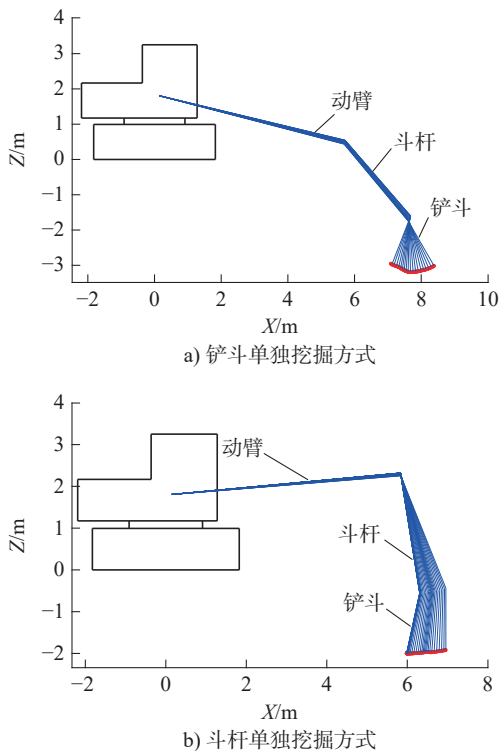


图 9 实测铲斗单独挖掘方式和斗杆单独挖掘方式轨迹工装位姿图

Fig. 9 Measured trajectory working positions of the bucket alone and stick alone

图 10 为铲斗和斗杆单独挖掘方式所对应轨迹的各液压缸实时变化量及其油压变化情况。分析图 10a) 可得, 在斗杆液压缸和动臂液压缸都保持闭锁时, 铲斗液压缸主动伸长, 其动臂大腔油压几乎不变而处于很小的负值, 而动臂大腔油压有着较大幅度的增大, 并且在 3.02 s 附近达到最大的 38.42 MPa, 对应于轨迹还原图中的挖掘姿态较密集处为准备开始转斗阶段, 而斗杆小腔油压不变, 可见铲斗单独挖掘方式对于斗杆小腔油压无影响, 而斗杆大腔油压在 1~2.3 s 时有些许波动且波动较小, 其余阶段均变化很小。对于铲斗小腔油压而言, 随着铲斗缸伸长其小腔油压变化较小, 从 4.08 MPa 逐渐降至趋于 0, 而斗杆缸大腔油压变化幅度较大并与动臂缸小腔油压变化趋势较为相似。所以对铲斗挖掘方式而言, 其

主要参与作业的有铲斗大腔油压的主动充分发挥产生挖掘力, 动臂小腔闭锁产生动臂缸的闭锁力。分析图 10b) 可得, 在动臂缸和铲斗缸保持闭锁状态时斗杆液压缸主动伸长, 其动臂液压缸小腔油压变化幅度很大而大腔油压几乎不变。相比铲斗挖掘方式而言, 斗杆挖掘方式的动臂缸小腔油压变化率为 4.43 MPa/s, 而铲斗挖掘方式的动臂缸小腔油压变化率为 2.43 MPa/s, 可见斗杆挖掘方式的动臂缸小腔变化率更大, 其原因可能是对于斗杆挖掘方式需要带动铲斗联动, 所以对动臂闭锁能力要求较高。对于斗杆缸大腔而言, 其与铲斗缸大腔油压变化趋势较为相似, 二者的变化趋势在刚开始的 0~1.05 s 很是接近, 而在 1.05 s 以后铲斗大腔油压逐渐大于斗杆大腔油压, 可见虽然只是斗杆单独挖掘方式, 但其斗杆缸所产生的工作推力也会对铲斗缸有着很大的影响。对于斗杆缸小腔油压很小, 几乎不参与作业, 铲斗缸小腔油压变化趋势较为平缓且随着挖掘作业进行而逐渐减小。

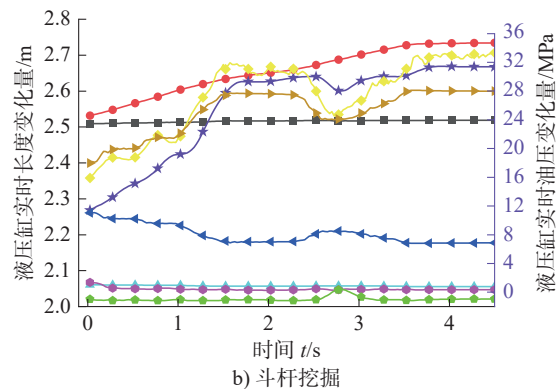
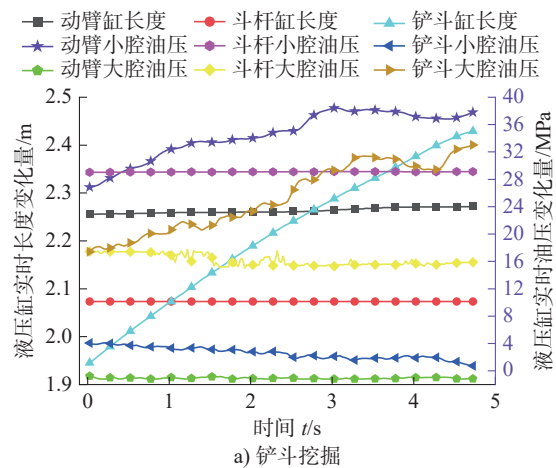


图 10 铲斗挖掘和斗杆挖掘时的实时液压缸变化量及油压变化图

Fig. 10 Real-time hydraulic cylinder variation and oil pressure variation during bucket digging and stick digging

综上所述并结合第 2.2 节中复合挖掘轨迹的液压缸及油压变化情况可得, 对于复合挖掘而言铲斗缸大腔和斗杆缸大腔充分发挥产生主动作用力, 斗

杆小腔几乎不参与作业。铲斗小腔油压随着其大腔油压变化,但其变化幅度相比大腔很小,动臂大小腔油压变化趋势相反,且相比铲斗和斗杆单独挖掘方式其对动臂小腔的闭锁能力要求较低。铲斗单独挖掘方式主要靠铲斗大腔产生工作推力,动臂小腔产生闭锁压力。斗杆单独挖掘方式主要是其大腔产生工作推力并联动铲斗大腔油压工作,动臂小腔同样产生闭锁力。

3.1.2 轨迹挖掘阻力和挖掘力

上述分析了实测 22 t 挖掘机单次挖掘作业中的极限复合挖掘力,因在该实验中暂未能测试完整的常态典型连续挖掘工况下的挖掘阻力,因此选用了团队之前某 36 t 挖掘机常态典型挖掘工况下的挖掘轨迹测试数据^[12],来分析极限复合挖掘力的性能表现。

图 11 为某 36 t 反铲液压挖掘机在停机面前土堆作业工况一和主挖区内挖坑作业工况二的实测挖掘阻力轨迹变化图。基于两种工况的实测挖掘轨迹来计算铲斗、斗杆极限挖掘力和现有的复合挖掘力及其极限复合挖掘力,来分析对比不同理论挖掘力模型所计算出的结果差异以及对实测挖掘性能的表现情况。

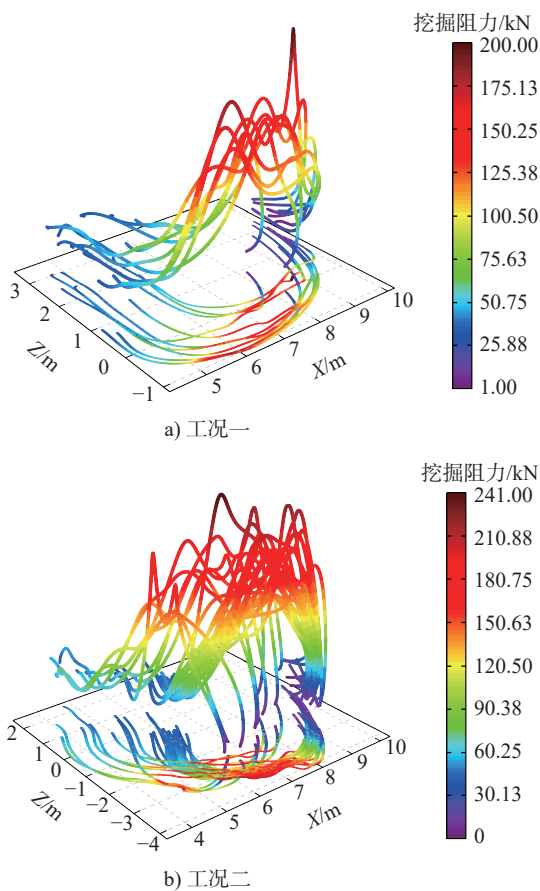


图 11 工况一和工况二挖掘阻力轨迹变化图

Fig. 11 Changes in the trajectory of the digging resistance in working conditions 1 and 2

图 12 为工况一铲斗极限挖掘力和斗杆极限挖掘力变化图,相比于工况一实测最大挖掘阻力为 200 kN,二者的最大挖掘力均是大于最大挖掘阻力的。在最大挖深附近,二者计算出的理论挖掘力均是较大的,这与实测挖掘阻力分布趋势一致,但二者计算出的最大挖掘阻力所处位置有所不同,斗杆极限挖掘力在水平 8.0 m 处附近最大挖掘力为 218.50 kN,随后挖掘力逐渐减小,在满载提升阶段降低至 160 kN 以下。而铲斗极限挖掘力在水平 7.2 m 处最大挖掘力为 270 kN,且切削装土阶段的挖掘力变化趋势关于最大挖掘力处呈近似对称分布。发生实测最大挖掘阻力处位于水平 8.85 m 附近,二者所计算出发生最大理论挖掘力处与发生最大挖掘阻力均有差异,但相对来说还是在可接受范围内。

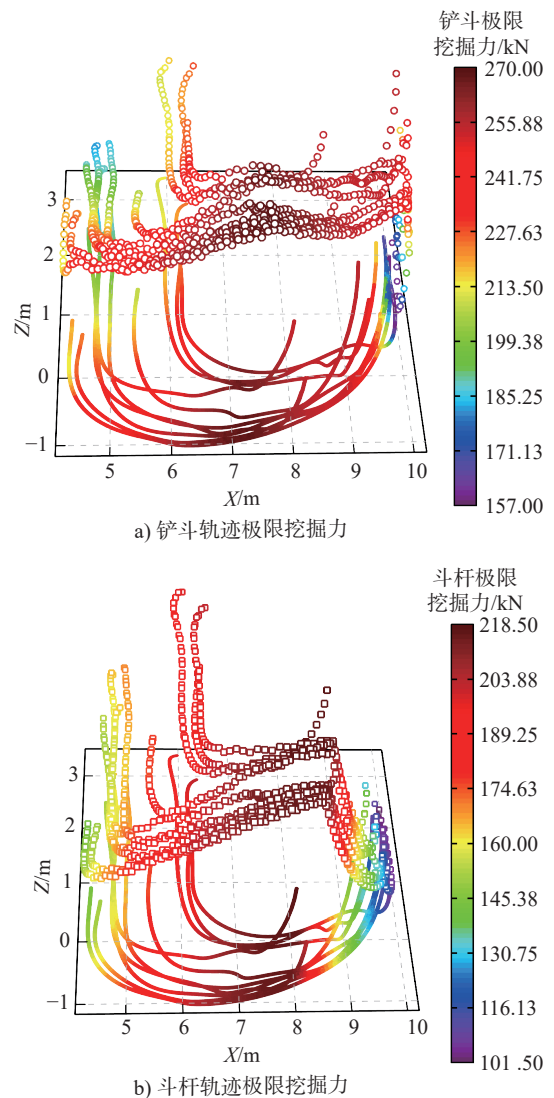


图 12 工况一铲斗轨迹极限挖掘力和斗杆轨迹极限挖掘力变化图

Fig. 12 Variation of the limit digging force of bucket trajectory and the limit digging force of stick trajectory for working condition 1

图 13 为工况二铲斗极限挖掘力和斗杆极限挖掘力变化图,相比于实测中发生最大挖掘阻力在水平 6.0 m,垂直方向-3.2 m 处附近最大挖掘阻力为 241 kN 而言,斗杆极限最大挖掘力仅为 212 kN,铲斗极限挖掘力最大挖掘深度附近且处于满载提升阶段时挖掘力均要大于 240 kN,说明如果仅以斗杆单独挖掘方式在最大挖掘附近作业,可能会出现挖不动的情况。工况二所计算出的斗杆极限挖掘力在满载转斗提升阶段处的挖掘力较大,但在实际作业满载提升阶段中主要依靠铲斗缸和动臂缸的伸长所作用,而非是斗杆缸的作用,因此满载提升阶段所计算出的斗杆极限挖掘力失去了表征挖掘力的作用。而对比实测挖掘阻力变化趋势可得,斗杆极限挖掘力变化趋势要比铲斗极限挖掘力的变化趋势与挖掘阻力变化趋势更为相近,说明在切入土壤阶段时斗杆极限挖掘力表征能力更佳。

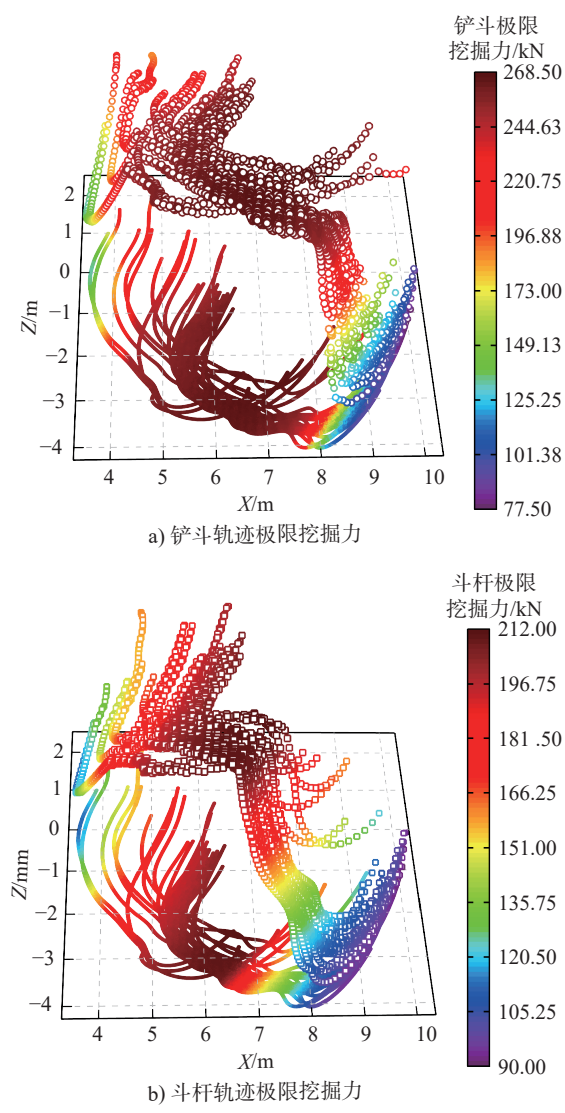


图 13 工况二铲斗轨迹极限挖掘力和斗杆轨迹极限挖掘力变化图
 Fig. 13 Variation of the limit digging force of bucket trajectory and the limit digging force of stick trajectory for working condition 2

3.2 复合挖掘方式

图 14 为工况一复合挖掘力和极限复合挖掘力变化图,其最大挖掘力均要大于实测中的最大挖掘阻力,但是图 14a) 所示的工况一最大复合挖掘力为 258.50 kN,并且在水平方向 6.0~10.0 m 挖掘力均为最大的,无变化趋势。其结果是与实际作业不相符的,不会出现在相当一部分挖掘轨迹中挖掘力是一样的情况。图 14b) 所示的极限复合挖掘力在水平方向 7.5 m 处附近最大挖掘力(282.50 kN)与发生实测挖掘阻力最大处是最为接近的,并且挖掘力变化趋势关于最大挖掘力近似呈对称分布与实测挖掘阻力变化趋势也是一致的,但其在铲斗切入土壤阶段处所计算的挖掘力较大,与实际作业表现相差较大。

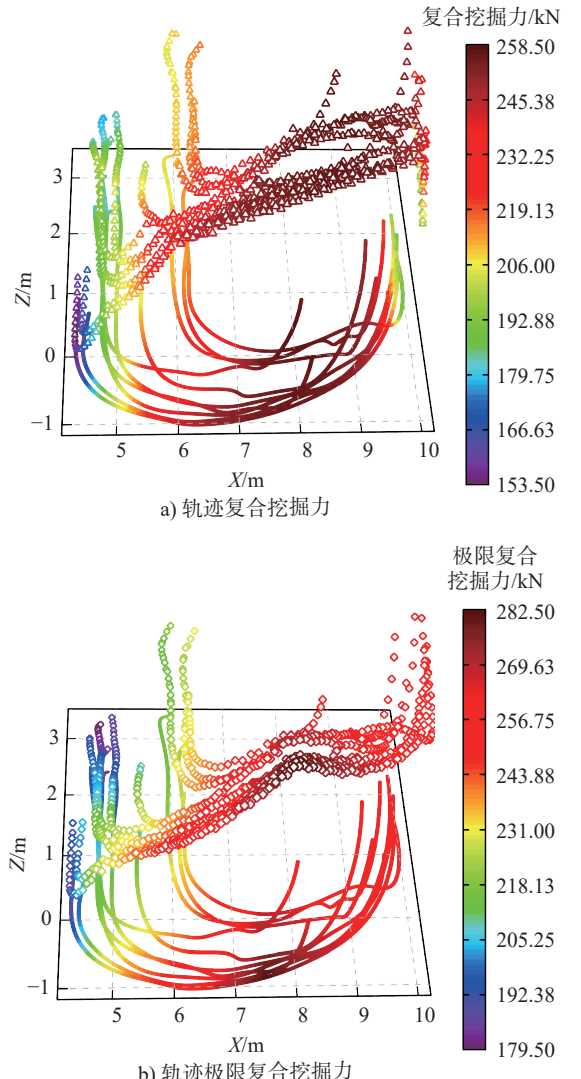


图 14 工况一轨迹复合挖掘力和轨迹极限复合挖掘力变化图
 Fig. 14 Variation of trajectory compound digging force and trajectory limit compound digging force for working condition 1

图 15 为工况二复合挖掘力和极限复合挖掘力变化图,其最大复合挖掘力为 254 kN,仅大于工况

二实测最大挖掘阻力 241 kN 的 5.39%, 而根据机手经验表明, 该 36t 挖掘还能适应更加恶劣的挖掘工况, 也就是表明该挖掘机还能发挥出更大的挖掘力, 可见复合挖掘力模型所计算出的挖掘力偏小, 而且在最大挖掘深度附近挖掘力变化趋势区域一致, 这与实测挖掘阻力的变化趋势不相符。图 15b) 所示的极限复合挖掘力的最大挖掘力为 317 kN, 大于实测挖掘阻力 31.54%, 并且其在最大挖掘深度附近处, 也即是处于铲斗切削装土阶段的挖掘阻力变化趋势相似, 并且在满载转斗提升阶段也有着相似的变化趋势, 而在铲斗切入土壤阶段所计算的挖掘力变化趋势是略大于实测挖掘阻力变化趋势。

中由于挖掘对象的不确定性和工作情况的复杂性等因素, 实际遇到的阻力可能会更大, 或者挖掘阻力的变化趋势与常态挖掘下有着差异, 但是极限复合挖掘力所计算的是挖掘机在复合挖掘方式下所能发挥的最大挖掘力, 经上述分析其计算结果的表征能力已经完全能满足绝大多数作业需求。如若要更加确切的表征实际挖掘作业需求, 大体可将挖掘作业分为铲斗切入土壤阶段的斗杆极限挖掘力表征、铲斗切削转土阶段的极限复合挖掘力表征, 以及满载转斗提升的铲斗极限挖掘力表征, 基于这样的方法能更为准确表征实际作业方式及挖掘性能表现。

4 不同挖掘方式主控区图谱理论挖掘力分析

4.1 单缸挖掘方式

上述分析了实际作业中轨迹挖掘力性能表现情况并给出最佳的复合挖掘方式的挖掘力表征方法, 而在实际作业中挖掘轨迹可能是多姿多样的, 只计算有限条挖掘轨迹的挖掘力其说服力不够, 所以本节基于工作域图谱分析法给出挖掘机主控区内的图谱挖掘力, 其结果能直观有效的表明挖掘机在实际作业中不同挖掘方式在不同挖掘区域可能发挥的挖掘力情况, 将直接指导挖掘机机手在作业中根据挖掘对象和挖掘区域来调整挖掘姿态和挖掘方式, 以发挥出最佳的挖掘性能。

图 16 为某 36 t 反铲液压挖掘机铲斗极限挖掘力和斗杆极限挖掘力的主控区图谱挖掘力, 分析可得铲斗极限最大挖掘力为 278 kN, 斗杆极限挖掘最大为 223 kN。在其主控区内铲斗极限挖掘力大于 194 kN 占据了主控区面积的 81.29%, 说明在绝大多数区域内铲斗挖掘力都有着较好的性能表现。挖掘力在大于 257 kN 的区域主要分布在挖坑作业的水平方向 6.8 m, 垂直方向上 -2.0 m 附近和挖高区域的水平方向 8.0 m, 垂直方向 4.0 m 附近区域挖掘力趋于最大, 其占比整个主控区面积 36.15%。图 16b) 所示为主控区斗杆极限图谱挖掘力, 其挖掘力大于 161 kN 所占主控区面积 60.03%, 挖掘力大于 192 kN 所占主控区面积为 37.09%, 并且挖掘力的分布规律呈现出从停机面水平方向以前逐渐增大, 在水平区间为 6.0 ~ 8.0 m, 垂直区间为 -2.0 ~ 4.0 mm 所形成的月牙形区域挖掘力有着较好的性能表现, 而随着挖掘半径的增大, 挖掘力也随之急剧减小。相比于铲斗极限挖掘力而言, 斗杆极限挖掘力其挖掘机所发挥的挖掘力较小, 挖掘力较大的区域占比也相对较小, 集中分布在主控区的中部区域。

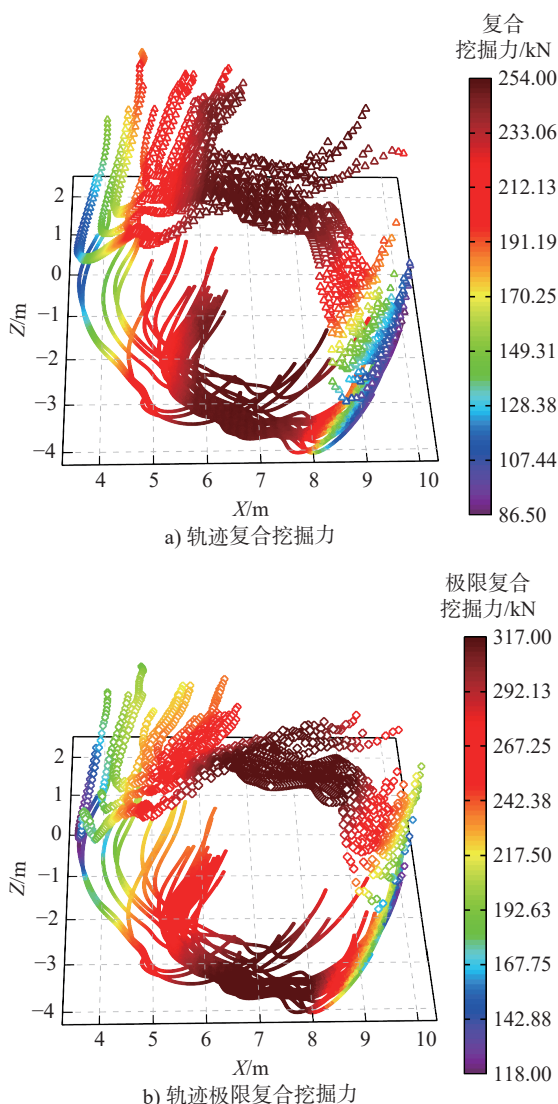


图 15 工况二轨迹复合挖掘力和轨迹极限复合挖掘力变化图

Fig. 15 Variation of trajectory compound digging force and limit compound digging force for working condition 2

综上所述, 相比铲斗、斗杆极限挖掘力和复合挖掘力而言, 极限复合挖掘力能更为确切的表征出实测挖掘所遇到的阻力变化趋势。虽然在实际作业

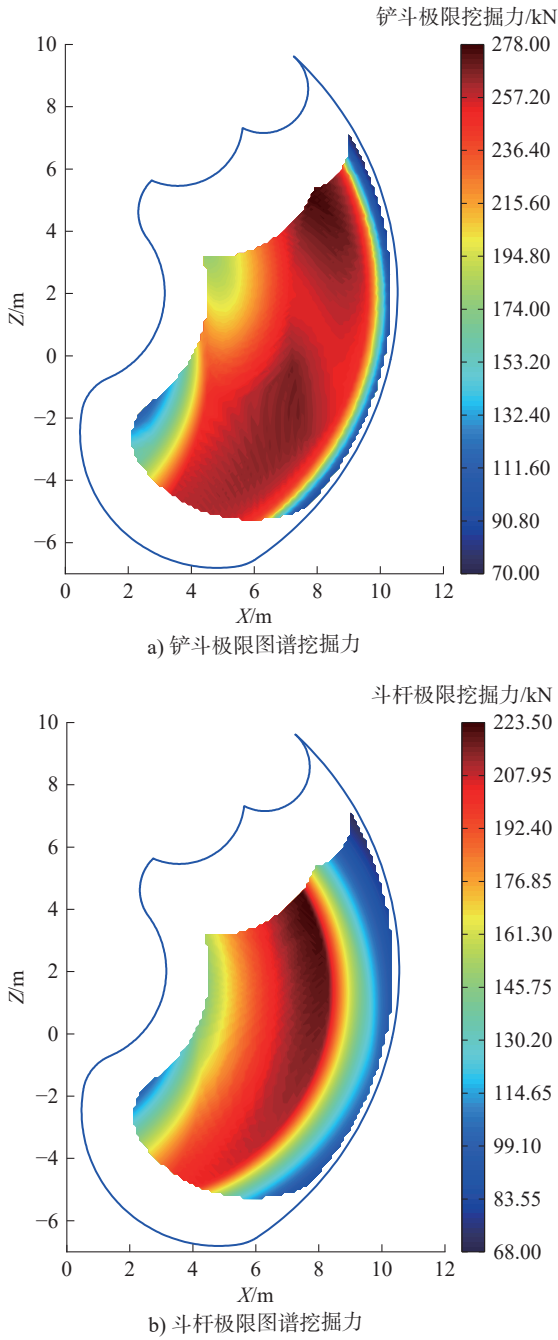


图 16 主控区铲斗极限图谱挖掘力和斗杆极限图谱挖掘力分布图

Fig. 16 Distribution of bucket limit mapping digging force and stick limit mapping digging force in the main digging area

4.2 复合挖掘方式

图 17 为某 36 t 反铲液压挖掘机主控区内复合挖掘力和极限复合挖掘力的图谱挖掘力分布图。分析可得复合挖掘力最大挖掘力(262.50 kN)要小于铲斗极限挖掘力最大挖掘力 278 kN, 而极限复合挖掘力最大挖掘力(317 kN)要大于铲斗极限挖掘力的最大挖掘力。对于复合挖掘力而言, 其大于 190 kN 占比为 77.87%, 挖掘力大于 207 kN 占比 36.62%。其较大区域内挖掘性能有着较好的性能表现, 主要分布在水平方向 6.0~8.0m 处, 垂直方向-4.5~5.0 m 所形成的月牙形状区域, 发生最大挖掘力的区

域处于挖高作业工况。对于图 17b) 所示的极限复合挖掘力而言, 其挖掘力大于 241 kN 占比为 68.75%, 挖掘力大于 298 kN 占比 13.75%。相比复合挖掘力而言, 极限复合挖掘力最大特点就是其在挖坑作业内挖掘力能够发挥到最佳, 其原因是在极限复合挖掘力模型中考虑了阻力矩的影响因素, 而处于挖坑作业时动臂液压缸近乎全缩状态, 斗杆液压缸和铲斗液压缸也处于较长的伸长状态, 整个工作装置近似处于动臂与斗杆夹角垂直状态, 其挖掘阻力的阻力矩对整机有较大的作用力, 因此所计算出的极限复合挖掘力会在处于挖坑作业工况而达到最大。

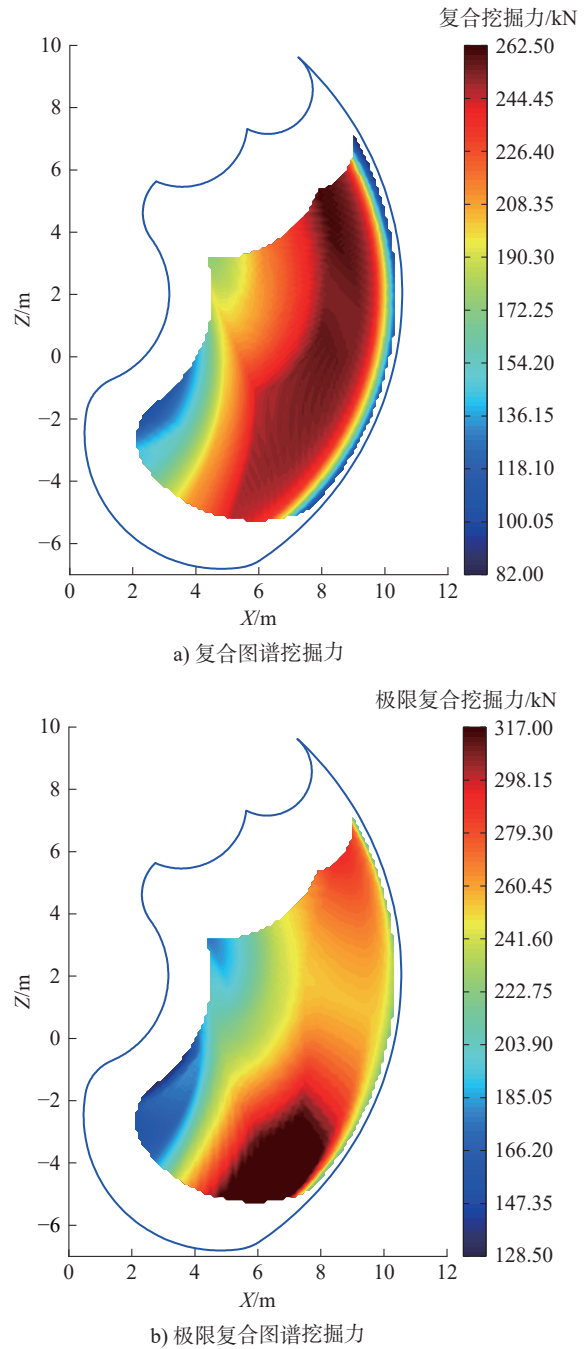


图 17 主控区复合图谱挖掘力和极限复合图谱挖掘力分布图

Fig. 17 Distribution of digging forces of compound mapping and limit compound mapping in the main excavation area

综合对比轨迹理论挖掘力和图谱理论挖掘力可得,因为在实际作业中大多数都为复合挖掘方式,而铲斗和斗杆单独挖掘方式较少,且部分单独挖掘方式也处于复合挖掘轨迹之中,所以在上述理论挖掘力模型中,极限复合挖掘力模型相比于其他理论挖掘力模型,其挖掘力变化趋势更为准确的反映出实际作业所克服挖掘阻力的情况。虽然实际中由于作业对象和作业方式的不确定性导致挖掘阻力与常态挖掘可能存在差异,但是其模型计算的是挖掘机在给定挖掘轨迹上所能发挥的最大挖掘力,因此极限复合挖掘力模型适用于分析和评价挖掘机在指定挖掘轨迹下的挖掘性能表现。图谱理论挖掘力能够反映挖掘机在主挖区内不同挖掘方式下其理论挖掘力的性能表现,从而有助于在液压挖掘机开发过程中设计师的理论评判。

5 结论

针对现有复合挖掘力模型缺少对阻力矩的考虑,本文提出了极限复合挖掘力模型基于实测复合挖掘轨迹求解验证了模型的正确性。分析对比不同挖掘方式工作装置液压缸变化情况和两种挖掘工况的不同理论挖掘力求解模型对实测挖掘轨迹挖掘力的表征程度,并对不同理论挖掘力模型的主挖区图谱挖掘力进行了分析对比,得出了以下结论:

1) 极限复合挖掘力最大挖掘力是现有理论挖掘力模型中最大的,其挖掘力变化趋势与挖掘阻力变化趋势是最为相似的,能更为准确的表征实际作业中复合挖掘方式的挖掘力性能表现。最佳轨迹挖掘力表征为铲斗切入土壤阶段的斗杆极限挖掘力表征,切削装土阶段的极限复合挖掘力表征和满载转斗提升阶段的铲斗极限挖掘力表征。

2) 复合挖掘由斗杆大腔油压大于铲斗大腔油压提供工作推力,动臂小腔油压最小表明其对动臂小腔闭锁能力要求较低。铲斗挖掘由铲斗缸大腔油压产生工作推力且动臂小腔油压较大。斗杆挖掘方式为斗杆缸大腔带动铲斗缸大腔产生工作推力,其挖掘力较小原因很可能是需要带动铲斗联动从而损失了一部分传递到铲斗齿尖的作用力。

3) 主挖区图谱理论挖掘力表明了极限复合挖掘力相比铲斗极限挖掘力、斗杆极限挖掘力和复合挖掘力,其挖掘性能最优处集中在主挖区最大挖掘深度附近的挖坑作业区域。

在后续研究中应综合考虑挖掘过程和机器的运动状态而建立动态挖掘力模型。

[参考文献]

- [1] MCKYES E. Soil cutting and tillage[M]. Amsterdam: Elsevier, 1985: 192-221.
- [2] PARK B. Development of a virtual reality excavator simulator: a mathematical model of excavator digging and a calculation methodology[D]. Blacksburg: Virginia Polytechnic Institute & State University, 2002.
- [3] WEI B, GAO F, CHEN J, et al. Mechanics performance of three-degree-of-freedom excavating mechanism of an electric shovel[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, 2011, 225(6): 1443-1457.
- [4] FLORES F G, KECSKEMETHY A, POTTKER A. Workspace analysis and maximal force calculation of a faceshovel excavator using kinematical transformers[C]// Proceedings of the 12th IFToMM World Congress, Besancon: IFToMM, 2007: 375-381.
- [5] JANOSEVIC D, MITREV R, ANDJELKOVIC B, PETROV P. Quantitative measures for assessment of the hydraulic excavator digging efficiency[J]. Journal of Zhejiang University SCIENCE A, 2012, 13(12): 926-942.
- [6] PALOMBA I, RICHIEDEI D, TREVISANI A, et al. Estimation of the digging and payload forces in excavators by means of state observers[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2019, 134: 106356.
- [7] 王同建, 杨书伟, 谭晓丹, 等. 基于 DEM-MBD 联合仿真的液压挖掘机作业性能分析[J]. 吉林大学学报(工学版), 2022, 52(4): 811-818.
WANG T J, YANG S W, TAN X D, et al. Performance analysis of hydraulic excavator based on DEM-MBD co-simulation[J]. Journal of Jilin University (Engineering and Technology Edition), 2022, 52(4): 811-818. (in Chinese)
- [8] 毕秋实, 王国强, 陈立军, 等. 基于离散元-多体动力学联合仿真的机械式挖掘机挖掘阻力仿真与试验[J]. 吉林大学学报(工学版), 2019, 49(1): 106-116.
BI Q S, WANG G Q, CHEN L J, et al. Numerical simulation and experiment on excavation resistance

- of mechanical excavator based on DEM-MBD co-simulation[J]. *Journal of Jilin University (Engineering and Technology Edition)*, 2019, 49(1): 106-116. (in Chinese)
- [9] RENNER A, WIND H, SAWODNY O. Online payload estimation for hydraulically actuated manipulators[J]. *Mechatronics*, 2020, 66: 102322.
- [10] 陈进, 任志贵, 庞晓平, 等. 液压挖掘机挖掘力计算新方法[J]. *同济大学学报 (自然科学版)*, 2014, 42(4): 596-603.
CHEN J, REN Z G, PANG X P, et al. Novel digging force calculation method for hydraulic excavator[J]. *Journal of Tongji University (Natural Science)*, 2014, 42(4): 596-603. (in Chinese)
- [11] REN Z G, WANG J L, CHEN J, et al. Active-side calculation method for a backhoe hydraulic excavator with incomplete digging resistance in a normal state[J]. *Mathematical Problems in Engineering*, 2019, 2019: 9846305.
- [12] 任志贵, 陈进, 王树春, 等. 液压挖掘机挖掘阻力特性研究[J]. *东北大学学报 (自然科学版)*, 2015, 36(4): 551-556.
REN Z G, CHEN J, WANG S C, et al. Resistance characteristics of hydraulic excavator[J]. *Journal of Northeastern University (Natural Science)*, 2015, 36(4): 551-556. (in Chinese)
- [13] REN Z G, WANG J L, ZOU Z H, et al. Modeling of the limiting digging force of hydraulic excavator based on resistance characteristics[J]. *Mechanika*, 2019, 25(5): 357-362.
- [14] 陈进, 任志贵, 吕梁, 等. 基于阻力特性的液压挖掘机复合挖掘力建模[J]. *东北大学学报 (自然科学版)*, 2015, 36(7): 1015-1019.
CHEN J, REN Z G, LYV L, et al. Modeling of the compound digging force of hydraulic excavator based on resistance characteristics[J]. *Journal of Northeastern University (Natural Science)*, 2015, 36(7): 1015-1019. (in Chinese)
- [15] ZOU Z H, CHEN J, PANG X P. Lightweight and high-strength optimization design for a fully parametric working attachment of a hydraulic excavator based on limiting theoretical digging capability model[J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, 2019, 233(14): 4819-4835.
- [16] 李佳豪, 任志贵. 工作装置匹配特性对挖掘机挖掘性能的影响研究[J]. *机床与液压*, 2023, 51(8): 25-34.
LI J H, REN Z G. Research on the influence of the matching characteristics of working device on the performance of excavator[J]. *Machine Tool & Hydraulics*, 2023, 51(8): 25-34. (in Chinese)
- [17] 刘广军, 刘可臻, 孙波, 等. 基于刚-柔耦合的反铲液压挖掘机工作装置多体动力学分析与仿真[J]. *同济大学学报 (自然科学版)*, 2021, 49(7): 1053-1060.
LIU G J, LIU K Z, SUN B, et al. Multi-body dynamic analysis and simulation of backhoe hydraulic excavator working device based on rigid-flexible coupling[J]. *Journal of Tongji University (Natural Science)*, 2021, 49(7): 1053-1060. (in Chinese)