

激光熔覆316L的熔池温度场有限元仿真研究

陶林¹, 韩凤兵², 温雪龙², 赵元¹

(1. 沈阳工学院机械工程与自动化学院, 辽宁 抚顺 113122; 2. 东北大学机械工程与自动化学院, 辽宁 沈阳 110819)

摘要: 这里建立了激光熔覆仿真模型, 利用“生死单元”法, 对送粉式激光熔覆过程中的温度场变化进行仿真分析, 研究激光熔覆过程中的温度变化规律, 对比分析正交实验所得熔深数据与激光熔覆温度场仿真结果。实验结果表明: 熔覆初始阶段, 热影响区小且温度偏低, 随后过渡到熔池状态相对平稳的时期。此时, 熔池前端的等温线分布紧密而尾部分布疏散, 相应的温度梯度也逐渐降低。伴随熔覆层数递增, 温度呈直线上升态势, 热影响区域持续拓展, 熔池的规模也不断变大, 与实际熔覆过程相符, 证明了该仿真模型的有效性与可靠性。为激光熔覆技术制备316L提供可靠依据。

关键词: 激光熔覆; 温度场; 熔池; 有限元仿真

中图分类号: TH16; TH161 文献标识码: A 文章编号: 1001-3997(2025)06-0140-06

Finite Element Simulation Study on Temperature Field of
Laser Cladding 316L Melt PoolTAO Lin¹, HAN Fengbing², WEN Xuelong², ZHAO Yuan¹

(1. School of Mechanical Engineering and Automation, Shenyang Institute of Technology, Fushun Liaoning 113122, China; 2. School of Mechanical Engineering and Automation, Northeastern University, Liaoning Shenyang 110819, China)

Abstract: A laser cladding simulation model is established, and the "life and death unit" method is used to simulate and analyze the temperature field changes during the powder feed laser cladding process. The temperature variation laws in the laser cladding process were studied, and the welding depth data obtained by orthogonal experiment and the simulation result of laser cladding temperature field are compared and analyzed. The experimental results show that in the initial stage of cladding, the heat-affected zone is small and the temperature is relatively low. Subsequently, it transitions to a period when the state of the molten pool is relatively stable. At this time, the isotherms at the front end of the molten pool are densely distributed while those at the rear end are sparsely distributed, and the corresponding temperature gradient gradually decreases. As the number of cladding layers increases, the temperature rises linearly, the heat-affected area continues to expand, and the size of the molten pool also keeps increasing, which is consistent with the actual cladding process, thus proving the validity and reliability of the simulation model. It provides a reliable basis for the preparation of 316L by laser cladding technology.

Key Words: Laser Cladding; Temperature Field; Molten Pool; Finite Element Simulation

1 引言

激光熔覆是增材制造领域的研究热点, 可用于改善材料表面性能^[1], 在航空航天、海洋船舶与医疗等领域应用广阔, 吸引了众多国内外学者对这一技术进行研究。文献^[1]用激光熔覆技术在钛合金 Ti6Al4V 薄板表面成功地沉积了功能梯度材料层, 建立了热-力耦合仿真模型。结果表明, 熔覆构件中形成了高强度的残余应力, 用 X 射线衍射方法对熔覆构件上下表面纵向残余应力的测量结果与模拟结果基本一致, 验证了模拟结果的准确性。文献^[2]改进了一种能够模拟激光熔覆铝合金热行为与组织演变的模型。经改进后的模型, 能够模拟熔池温度分布, 并据此预测熔

池熔覆层的变化。文献^[3]建立了粉末喷嘴与熔池表面间气体流动和粉末颗粒流动的仿真模型, 揭示了不同气体类型的体积百分比以及保护气体的质量。仿真结果证实了实验测量的粉末粒子密度分布在工作平面上。文献^[4]建立了一种热-冶金-机械耦合有限元模型, 模拟了同轴送粉激光熔覆过程, 并预测了熔覆层和基体材料的力学性能、变形和残余应力, 并研究了多道激光熔覆层的温度场演变、热循环特性、沉积方向和重叠条件对熔覆层显微硬度的影响。文献^[5]建立了 Ti-6Al-4V 激光熔覆的三维有限元热仿真模型, 计算得到的温度场及其随时间的演变与实验测量结果进行了比较, 表明模型准确地预测了熔池的深度和热影响

来稿日期: 2024-04-18

基金项目: 辽宁省自然科学基金联合基金(2021-NLTS-14-05); 辽宁省自然科学基金(2020-KF-11-09)

作者简介: 陶林, (1987-), 男, 辽宁沈阳人, 硕士, 工程师, 主要研究方向: 机械设计制造及其自动化;

温雪龙, (1985-), 男, 辽宁沈阳人, 博士, 副教授, 主要研究方向: 增材制造、精密加工与磨削

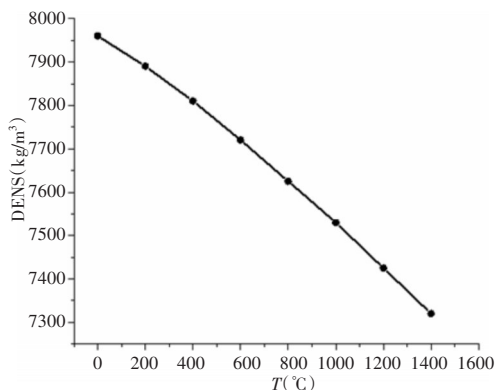
区。文献^[6]耦合了温度场和速度场,模型分析在ASTM 1045基体上熔覆Fe60粉末的过程,得到激光熔覆过程中两种场的分布状态和演化过程,实验结果与计算结果吻合较好,验证了模型的准确性。文献^[7]建立了激光热源模型和粉末束模型,预测倾斜基体上熔覆层的轮廓,对不同工艺参数下的Stellite6和Ni60AA粉末进行了实验,验证了模型对熔覆层模拟的适用性和准确性。结果表明,用该模型计算的熔覆层轮廓与实验结果吻合较好。虽然学者们针对激光熔覆工艺参数对熔覆层性能的影响和熔覆过程仿真做了一些研究,但是系统的针对激光熔覆316L熔池温度场分布特点及规律的研究还较少。传统方法难以准确表述激光熔覆过程中复杂温度变化过程,需要建立有效的物理数学模型对这一过程进行精确描述,从而确保能够有效阐释激光熔覆过程中的热传导机制与复杂温度演变规律。

这里通过建立激光熔覆仿真模型,利用“生死单元”法,对送粉式激光熔覆过程中的温度场变化进行仿真分析,研究激光熔覆过程中的温度变化规律,采用三因素五水平正交实验进行激光熔覆316L,对比正交实验所得熔深数据与激光熔覆温度场仿真结果。研究结果为激光熔覆316L的技术提供了理论基础和实验依据,为获得高质量的熔覆层提供了一定的理论依据。

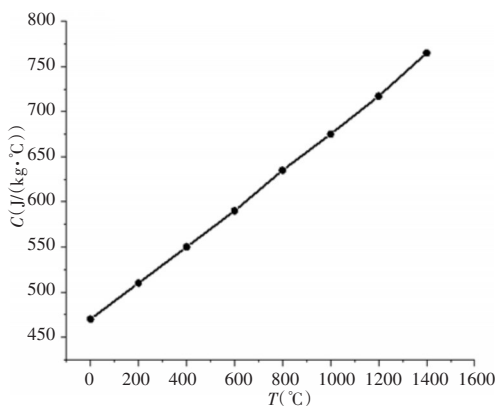
2 仿真模型的建立

2.1 试验材料

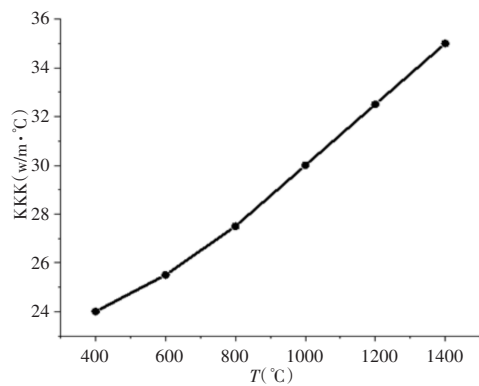
这里选用316L不锈钢作为基体与粉末材料。316L不锈钢的热物性参数,包括密度,比热容与导热系数等,这些参数随温度的不同而变化,对温度场模拟有重要影响,如图1所示。



(a) 密度



(b) 比热容



(c) 导热系数

图1 316L的热物性参数

Fig.1 The Thermophysical Properties Parameters of 316L

2.2 单元类型

在激光熔覆过程中,当激光束辐照至特定点时,该点温度呈现出急剧上升的态势;而一旦激光束移离,该点温度随即发生骤降现象。鉴于此温度随时间的显著非线性变化特征,将激光熔覆的温度场分析归类于非线性瞬态分析范畴。由此,在进行有限元分析时,所选用的单元类型需同时满足以温度作为自由度的要求,并且具备执行瞬态分析的能力。经综合考量与筛选,确定选择solid70单元^[8]。Solid70单元的节点分布情况,如图2所示。

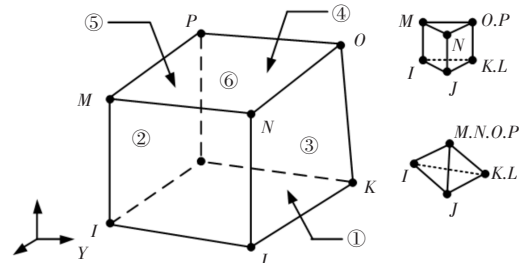
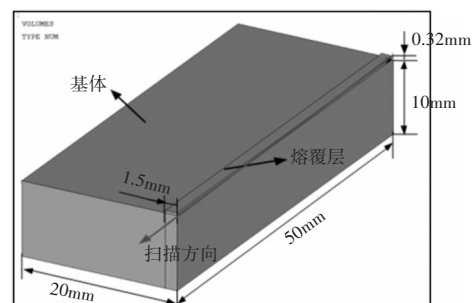


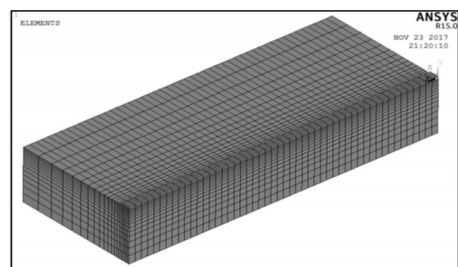
图2 Solid70单元

Fig.2 Solid70 Unit

2.3 有限元模型的建立



(a) 基体及熔覆层尺寸



(b) 网格划分

图3 激光熔覆有限元模型

Fig.3 Finite Element Model of Laser Cladding

以“生死单元”法定义单元,并选用高斯热源模型在Ansys软件中建立激光熔覆几何模型,1/2基体及熔覆层尺寸,如图3(a)所示。其中熔覆层高度由实验测得相应激光参数下的熔覆层高,熔覆层宽度为激光光斑半径。在激光熔覆的热行为特征中,熔池及其紧邻区域展现出剧烈的温度变化动态,此区域在熔覆过程中扮演关键角色而成为核心研究区域。为精准捕捉其复杂的温度演变细节,同时显著减少整体计算所需的时间成本,对该关键区域的单元采取精细划分策略,向外侧则逐渐稀疏,单元尺寸设定为 $(0.01 \times 0.01 \times 0.01)$ mm的六面体结构,这一设定有效防止了因相邻单元尺寸差异过大而引发的单元扭曲变形现象,具体的划分形态,如图3(b)所示。

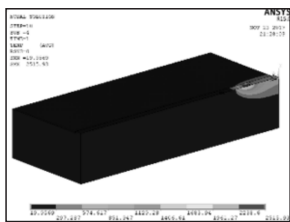
3 温度场仿真结果分析

3.1 单道激光熔覆温度场结果分析

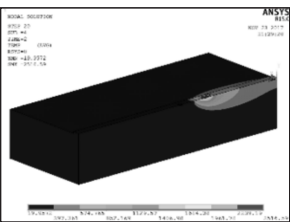
单道熔覆线对零件质量起决定性作用,通过叠加单道熔覆线以实现最终的激光熔覆成形。模拟的激光熔覆参数,如表1所示。得到单道熔覆线熔池温度场模拟结果,如图4所示。

表1 激光熔覆参数
Tab.1 Laser Cladding Parameters

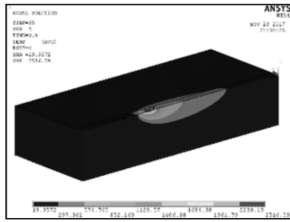
激光功率 P (W)	扫描速度 v (mm/s)	光斑直径 D_s (mm)
2000	10	1.5



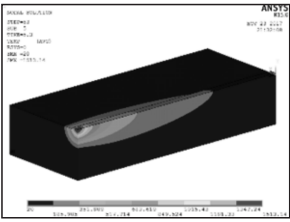
(a) $T=1s$



(b) $T=2s$



(c) $T=3.5s$



(d) $T=5.3s$

图4 温度场结果

Fig.4 Results of Temperature Field

激光束具备能量高度汇聚的特性,致使其辐照区域形成最高温度场,周边区域温度则呈递减态势。由于激光束能量密度颇高,热影响范围被显著限定在较小区域内。初始阶段,当激光束刚触及工件时,基体温度处于较低水平(20°C),随后在激光能量持续注入下,温度逐步攀升,但此阶段因起始温度较低,峰值温度相对不高。

基体与熔池温度随着能量的持续供给而稳步上升,峰值温度亦随之升高,热影响区域开始扩展,熔池不断增大,呈现出,变化趋势,如图4(b)、图4(c)所示。激光束移走后,区域温度急剧降低,随着热量逐渐散失,温度曲线在峰值之后呈现出长尾拖曳的现象。当时间处于 $(2 \sim 5.3)$ s区间时,可以看到,熔池的峰值温度及尺寸变化趋势逐渐稳定,这表明此时热量交换基本达到平衡。

$T=3.5s$ 时熔池形貌图,如图5所示。与前文所述相同呈长尾拖曳状。此时激光作用位置,峰值温度极高,较 $T=0.11s$ 时温度升高了 849°C 。远离激光位置温度保持室温不变。熔池前端的温度梯度大而后端小,表现为等温线密集程度,越高则梯度越大。造成这种差异的内在机制在于,熔覆材料在激光的作用下会吸收能量,从而致使其温度快速攀升。而激光扫过区域,熔池经由空气冷却,散热过程中的冷却速率要低于加热过程中的升温速度,所以在该区域内温度的变化相对较为缓和。

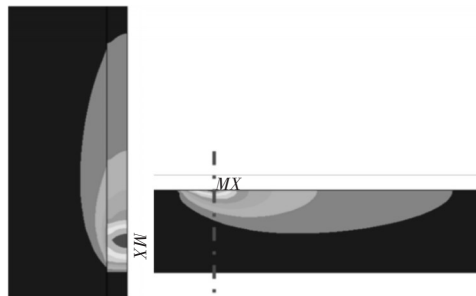


图5 熔池形貌图($T=3.5s$)

Fig.5 Molten Pool Morphology Diagram($T=3.5s$)

用ANSYS软件后处理模块中提取沿激光扫描方向与垂直激光扫描方向两个路径1、2的时间-温度变化曲线。路径1、2,如图6所示。

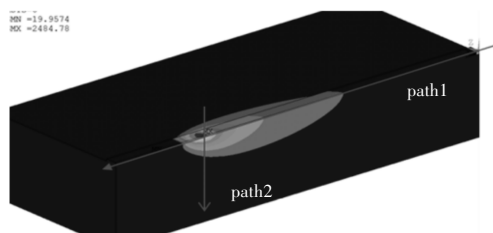


图6 路径1与2方向示意

Fig.6 Schematic Diagram of Path 1 and 2 Directions

路径1上的温度随时间变化曲线,如图7所示。因为激光的热传导的作用,该点被预热,未从室温开始。激光移动到该点前后温差可达 2232.59°C ,充分的体现了激光熔覆高能量密度及冷却速率的特点。

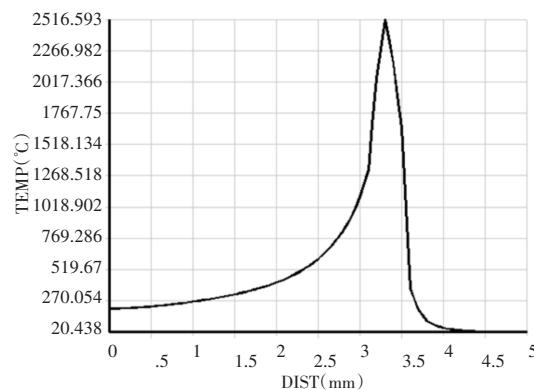


图7 温度随时间变化曲线(路径1)

Fig.7 Temperature-Time Curve (Path 1)

路径1的温度梯度变化曲线,如图8所示。温度梯度受与熔池距离影响离熔池越远越平稳、温差越小,分别在约36mm与40mm处达到正最大值与负最大值,因此这段距离的温度梯度最

大。光斑附近的节点受冷热不均,由此产生热应力,易使熔覆层内出现裂纹,严重影响熔覆质量。

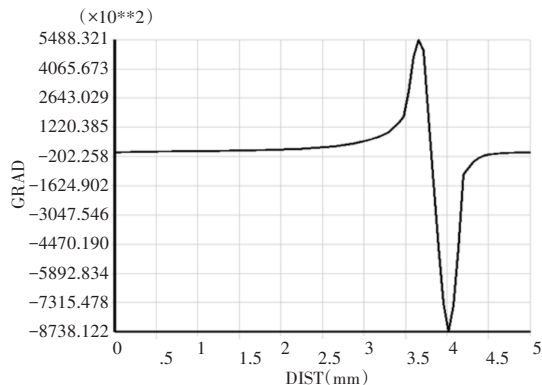


图8 温度梯度变化(路径1,x轴)

Fig.8 Temperature Gradient Change (Path 1,x Axis)

在路径1上取六个不同位置的点的温度随时间变化曲线,取点位置,如图9所示。温度-时间曲线,如图10所示。

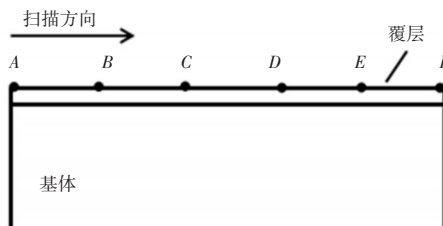


图9 取点位置(路径1)

Fig.9 Point Location(Path 1)

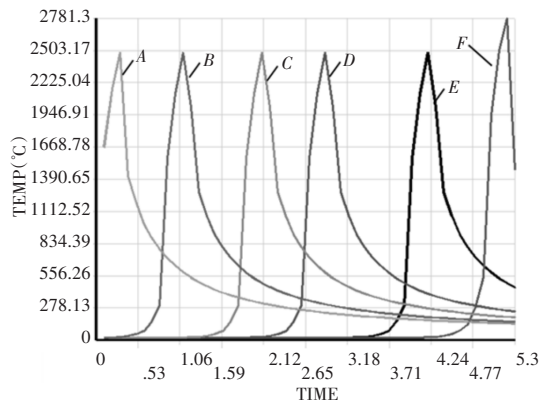


图10 路径1不同点温度-时间曲线

Fig.10 Temperature-Time Curve of Different Points on Path 1

由图10可知,这些点的温度变化趋势类似。温度随激光经过该点先急剧升高,后又迅速下降。各曲线峰值右侧斜率小于左侧,即各点冷却速率小于升温速率。

路径1上六个不同的时间的温度随位置变化曲线,如图11所示。初始时温度较低,所以熔覆线的起始高度低、宽度窄;熔覆过程在(1~4)s时进入准稳态,温度变化不大,趋向平稳;紧接着在 $T=5s$ 时,温度再次升高。这是因为端点位置热量仅能沿着单一方向进行传导,致使散热过程无法充分展开,大量热量滞留在熔池内部,促使温度持续上升,温度梯度也随之不断增大。 $T=3.5s$ 时,垂直激光扫描方向的温度随时间变化曲线,如图12所示。由图12可知,温度随熔池深度增加而降低,直至室温。这表明该方向存在较大的温度梯度。

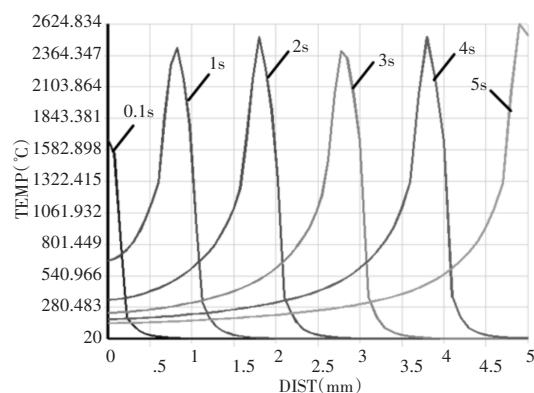


图11 路径1不同时刻的温度-位移曲线

Fig.11 The Temperature-Displacement Curve of Different Time on Path 1

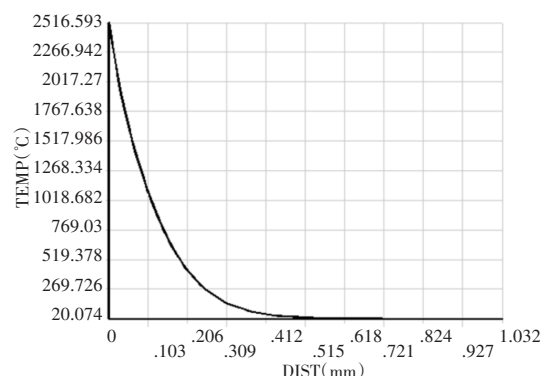


图12 路径2上温度随时间变化曲线($T=3.5s$)

Fig.12 Temperature-Time Curve on Path 2($T=3.5s$)

由图13可知,垂直激光扫描路径的y轴方向温度梯度恒为正,即沿该方向温度持续下降。此现象归因于激光光斑热量分布不均,中心富集而边缘稀少,热量下传基体时渐次递减,至特定距离处温度与基体初始温度等同,故而温度梯度渐趋减小使得近表面处降温快,远表面处降温慢。

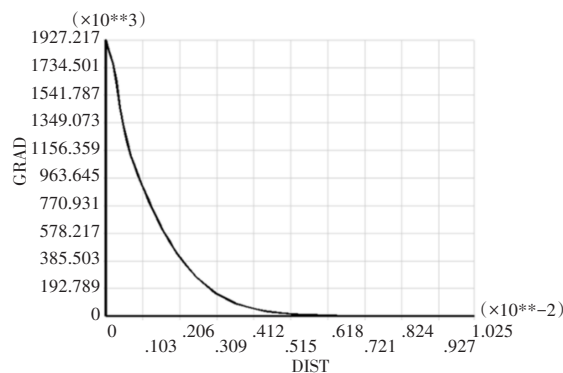


图13 路径2上y轴方向温度梯度

Fig.13 Temperature GRadient in the y-Axis Direction on Path 2

3.2 单道多层激光熔覆过程温度场结果分析

依次激活单道熔覆线的模型上新增的四层高度为0.39mm的单元所得仿真结果,如图14~图17所示。由图可知,第一层后半部分在激光移至第二层时未冷却到室温;激光到第三层中间时,第二层完全冷却,四五层情况相同且冷却时间渐长;随熔覆层数增多,热影响范围扩大,熔池尺寸增加,冷却时间变长;同时各层起始温度小于结束温度。熔深、熔宽以及长度尺寸随层数变化曲线,如图

18、图19所示。从图中可以看出,二者的尺寸随层数的增加而增加。这会导致热影响区扩展,导致部分或全熔已成熔覆层,不利零件成型。而随层数增多逐步降激光功率,熔池尺寸将趋稳。

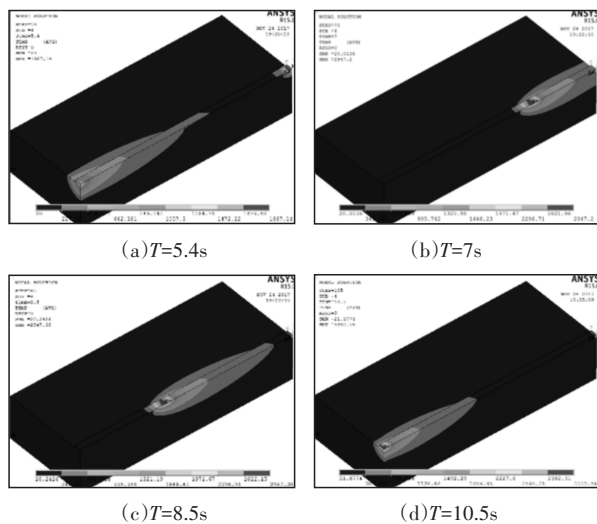


图14 第二层
Fig.14 Second Layer

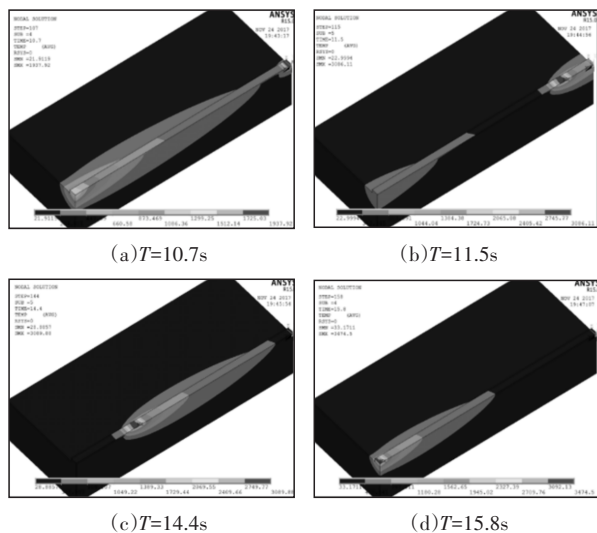


图15 第三层
Fig.15 Third Layer

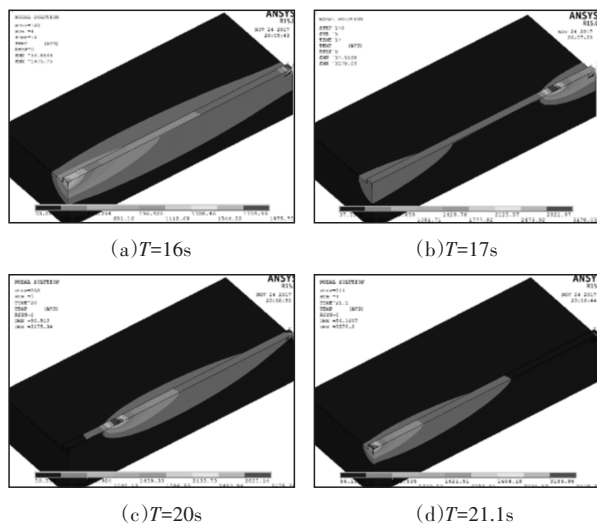


图16 第四层
Fig.16 Fourth Layer

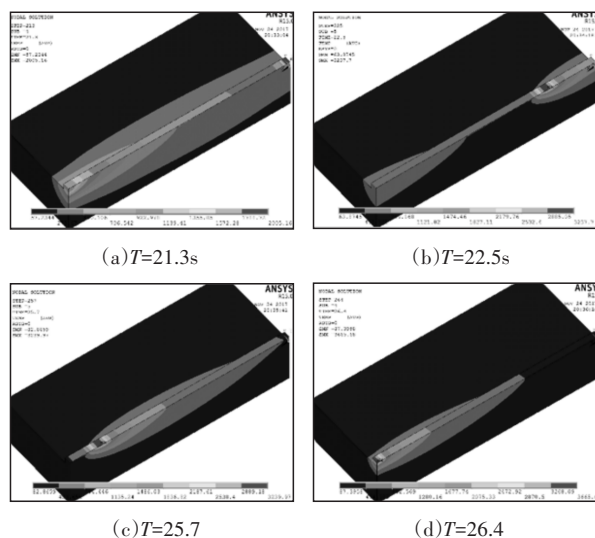


图17 第五层
Fig.17 Fifth Layer

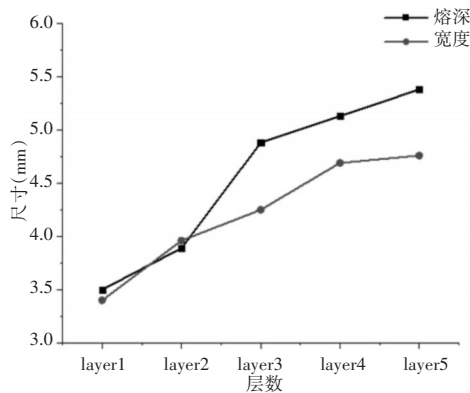


图18 熔深、熔宽尺寸随层数变化曲线
Fig.18 Curve of the Variation of Melting Depth and Width with the Number of Layers

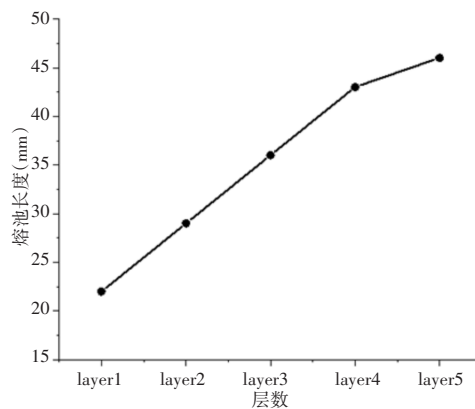
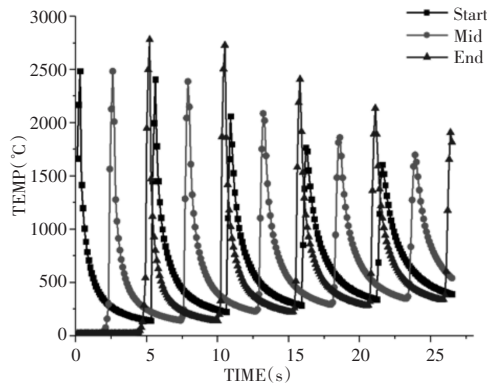


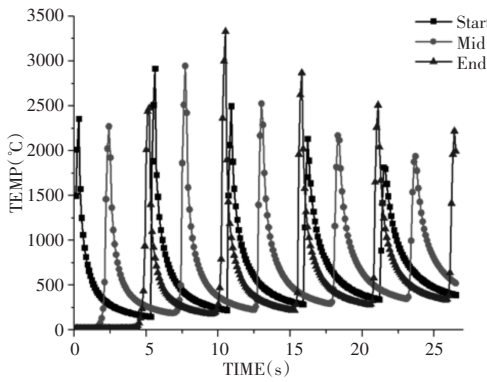
图19 不同层熔池的长度变化曲线
Fig.19 Variation Curves of Weld Pool Length in Different Layers

由图20中每层初始(Start)、中间(Mid)、结束(End)位置温度变化可知,各层各点温度趋势类同且呈周期变化,皆现5次峰值,皆于当前层达最高温度,如图20(c)所示。熔覆至三层时,三个样点出现的五个峰值中均是第三峰温最高,即熔覆一、二层时升温,三层达最高,四、五层降温,与激光熔覆规律相符。同层中各样点温曲线峰值相近,升温、冷却速基本平衡(升温略高),因激光往复致热量于熔覆层积留,散热不佳,使整体升温。综上所述,多层激

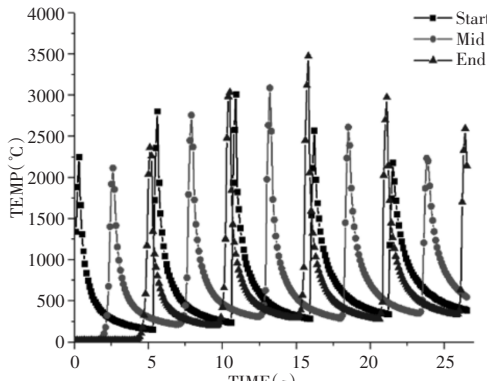
光熔覆中,各点升温、冷却速率相近。随层数增多,工件整体温度上升,熔覆层热量积聚难散,严重时会导致成型失败。因此,实际实验应逐层降激光功率,实时监控工件高度并调整激光头距离,保障熔覆顺利与质量,为应用提供工艺和技术支撑。



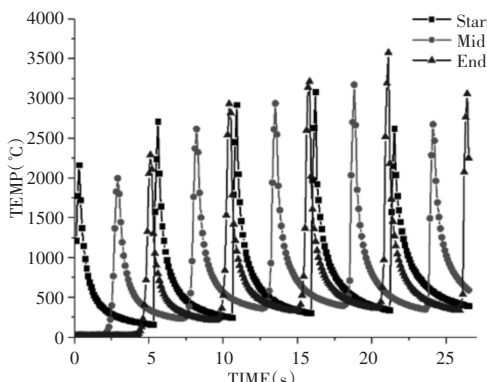
(a)第一层



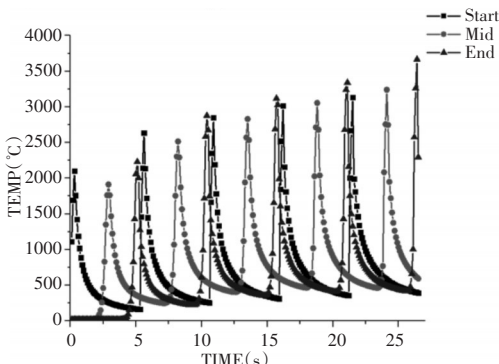
(b)第二层



(c)第三层



(d)第四层



(e)第五层

图20 不同取样点的温度随时间变化曲线

Fig.20 Temperature-Time Curves in Different Points

3.3 激光熔覆温度场仿真与实验对比

选用三因素五水平正交表设计实验,因素水平表,如表2所示。以激光功率 P ,扫描速度 v ,送粉速率 v_f 为试验因素,进行实验,测量不同工艺参数下得到的熔覆层深、宽以及高度。实际实验与模拟结果,如表3所示。从中可以看出,模拟误差并不大,最小相对误差仅为3.2%。整体误差在合理范围,证明了该模拟的有效性。

表2 因素水平表

Tab.2 Factor Level Table

水平	因素		
	扫描速度 v (mm/s)	激光功率 P (W)	送粉速率 v_f (r/min)
1	4	1800	0.6
2	6	2000	0.7
3	8	2200	0.8
4	10	2400	0.9
5	12	2600	1.0

表3 实验与仿真结果

Tab.3 Results of Experimental and Simulation

编号	激光功率 P (W)	扫描速度 v (mm/s)	实验熔深 D_s (mm)	模拟熔深 D_m (mm)	误差百分比 ξ (%)
1	2200	8	0.923	0.893	3.2%
2	2000	10	0.634	0.717	13.1%
3	2000	8	0.858	0.807	5.9%
4	2200	10	0.823	0.759	7.8%
5	2400	10	0.943	0.815	13.5%

4 结论

这里根据激光熔覆的特点,建立激光熔覆过程模型,并对该模型温度场变化进行了仿真分析,得到以下结论:

(1)在多层激光熔覆工艺的初始阶段,热影响区域范围较为狭窄,且整体温度处于相对较低的水平。然而,在极短的时间进程内,该体系迅速进入到一个温度以及熔池状态相对稳定的阶段,此过程呈现出快速的动态平衡特征。

(2)对熔池的横截面积以及纵截面形态进行细致观测后可以发现,在熔池的前端区域,等温线呈现出高度密集的分佈状态,这一现象有力地表明了该区域存在着较大的温度梯度;而在熔池的尾部,等温线的分佈则较为稀疏,这清晰地显示出此处的温度梯度相对较小,这种温度分佈特征与熔池内部的热传递及能量耗散机制紧密相关,对于深入理解熔池的热物理特性具有关键意义。

(下转第150页)

曲线,通过基础曲线获得算法方程较容易,编程难点是变量参数设置增多,变量间的关联性分析需准确。此外,还要考虑加工时的其他影响因素,需全面分析综合考虑。

7 结论

生产中,螺旋曲面除应用于叶轮曲面外,还用于螺旋刀杆、大导程丝杠等零件结构,其曲面加工均可考虑用四轴铣削宏程序编程。四轴、五轴数控宏程序编程,因坐标轴数量增多、各变量参数间相互关联,故编程时应重点分析其数学模型,并利用编程技巧合理编程。此外,对相似结构曲面加工,可借鉴成熟宏程序为编程模板,将成熟的加工工艺及程序映射到类似曲面加工。多轴数控宏程序编程需在实践的基础上不断深入研究,不断推广应用。

参考文献

- [1] 蒙斌.宏程序多重嵌套的椭球体加工编程[J].机械设计与制造,2015(7):169-171+176.
(Meng Bin.NC programming of ellipsoid using the multiple nesting of macro program[J].Machinery Design & Manufacture,2015(7):169-171+176.)
- [2] 刘红军,张爱国,赵吉宾,等.复杂曲面五轴数控加工中刀具位置优化[J].航空精密制造技术,2014,50(6):5-10.
(Liu Hongjun,Zhang Aiguo,Zhao Jibin,et al.Tool positions optimization of complex surface for five-axis CNC machining[J].Aviation Precision Manufacturing Technology,2014,50(6):5-10.)
- [3] 雷曼,吕健,刘征宏,等.基于UG与Vericut的复杂曲面加工仿真[J].机械设计与制造,2014(11):47-49+53.
(Lei Man,Lyu Jian,Liu Zhenghong,et al.Surface machining simulation based on UG and Vericut[J].Machinery Design & Manufacture,2014(11):47-49+53.)
- [4] 孙兴伟,王太勇,王可.基于测量的螺旋曲面实体造型方法研究[J].组合机床与自动化加工技术,2006(2):76-78.
(Sun Xingwei,Wang Taiyong,Wang Ke.Research on solid modeling of helical curved surface based on measuring[J].Modular Machine Tool & Automatic Manufacturing Technique,2006(2):76-78.)
- [5] 董敏,郭信心,马昌飞,等.应用Bladegen的离心叶轮三维建模新方法[J].机械设计与制造,2018(2):228-230+234.
(Dong Ming,Guo Xinxin,Ma Changfei,et al.A new method of 3-D modeling radial impeller using bladegen[J].Machinery Design & Manufacture,2018(2):228-230+234.)
- [6] 李文辉,温学杰,李秀红,等.整体叶盘抛磨技术研究现状及其发展趋势[J].航空制造技术,2022,65(17):88-102.
(Li Wenhui,Wen Xuejie,Li Xiuhong,et al.Research status and development trend of blisk polishing technology[J].Aeronautical Manufacturing Technology,2022,65(17):88-102.)
- [7] 侯培红,洪张,赵桐和.叶轮加工工艺与装夹方案[J].机械设计与制造,2018(5):256-258.
(Hou Peihong,Hong Zhang,Zhao Tonghe.Impeller machining process and clamping scheme[J].Machinery Design & Manufacture,2018(5):256-258.)
- [8] 焦红卫,武志鹏.圆柱凸轮廓的四轴加工与宏程序编制[J].机械制造,2017,55(12):59-61.
(Jiao Hongwei,Wu Zhipeng.Four-axis machining and macro programming of cylindrical CAM slot[J].Machinery,2017,55(12):59-61.)
- [9] 吴龙梅,康权.大型复杂薄壁壳体数控仿真加工技术研究[J].现代制造工程,2023(2):64-69.
(Wu Longmei,Kang Quan.Research on NC simulation machining technology of large and complex thin-walled shell[J].Modern Manufacturing Engineering,2023(2):64-69.)

(上接第145页)

(3)在单道多层熔覆的持续过程中,随着熔覆层数的逐步递增,体系的温度呈现出近似线性的升高趋势,同时热影响的范围也在不断地向外扩展,相应地,熔池的尺寸也随之逐渐增大。通过与实际工况下的熔覆过程进行对比分析,发现该仿真模型所呈现出的温度变化规律、热影响范围以及熔池尺寸演变等特征,均与实际情况高度吻合,这充分证实了此仿真模型在揭示多层熔覆过程热行为方面具有一定程度的有效性和可靠性。

参考文献

- [1] 王鹏飞,杨坤,陈明智,等.倾斜基板激光熔覆GH3536熔池形貌的仿真与实验研究[J].中国激光,2021,8(10):1-21.
(Wang Pengfei,Yang Kun,Chen Mingzhi,et al.Simulation and experimental research on the morphology of GH3536 molten pool by laser cladding on inclined substrate[J].China Laser,2021,8(10):1-21.)
- [2] Liu Chuanming,Li Chonggui,Zhang Zhe,et al.Modeling of thermal behavior and microstructure evolution during laser cladding of AlSi10Mg alloys[J].Optics and Laser Technology,2020(123).
- [3] Florian Wirth,Konrad Wegener.Simulation of the multi-component process gas flow for the explanation of oxidation during laser cladding[J].Additive Manufacturing,2018.
- [4] Nazemi Navid,Urbanić Jill.An experimental and simulation study for powder injection multitrack laser cladding of P420 Stainless Steel on AISI 1018 steel for selected mechanical properties[J].Journal of Manufacturing Science and Engineering,2018,140(1).
- [5] H.-S. Tran,J. T. Tchuindjang,H. Paydas,A. Mertens,R. T. Jardin,L. Duchêne,R. Carrus,J.Lecomte-beckers,A.M.Habraken.3D thermal finite element analysis of laser cladding processed Ti-6Al-4V part with microstructural correlations[J].Materials & Design,2017(128).
- [6] Li Chang,Yu Zhibin,Gao Jingxiang,et al.Numerical simulation and experimental study of cladding Fe60 on an ASTM 1045 substrate by laser cladding[J].Surface & Coatings Technology,2019(357).
- [7] Chai Qing,Wang Zhandong,Fang Chen,et al.Numerical and experimental study on the profile of metal alloys formed on the inclined substrate by laser cladding[J].Surface & Coatings Technology,2021(422).
- [8] 胡国良,任继文.有限元分析与入门提高[M].北京:国防工业出版社,2009.
(Hu Guoliang,Ren Jiwen.Finite Element Analysis and Introduction Improvement[M].Beijing:National Defense Industry Press,2009.)