

爆炸焊驻点近区应变场分析

李晓杰, 闫鸿浩, 王金相, 张越举

(大连理工大学, 辽宁 大连 116023)

摘要: 采用理想流体对称碰撞模型沿流线研究了驻点近区的自然应变分布规律。计算结果表明, 爆炸焊接驻点的应变为无穷大; 在驻点附近 5 倍射流厚度范围内应变完成了突变。

关键词: 爆炸焊接; 驻点; 应变场

中图分类号: TG456.6

文献标识码: A

文章编号: 1002-185X(2003)09-0699-04

对于爆炸焊接机理的研究, 主要涉及对射流形成、波状界面的形成、界面剪切带的形成与发展、界面能量沉积等力学与热学过程的研究, 而对爆炸焊接驻点区域的应变、应变率进行深入了解是研究上述问题的基础。对于焊接驻点邻域的应变率研究已有一些成果, 文献 [1] 对用在小应变下的应变率求法进行了介绍, 最近作者导出了驻点邻域应变率的理论公式。然而, 对于驻点近区的应变大小尚未见报道。为此, 本文对爆炸焊接驻点邻域应变变化情况进行了计算。由于爆炸焊接驻点邻域的应变很大, 理论上已不能继续采用小应变模型进行研究, 必须采用有限变形的 Green 应变或 Almasi 应变形式, 然而直接由有限变形的定义从变形率求解大应变在理论上存在一定的困难, 为此, 本文采用文献 [2] 提供的方法, 依然利用小应变模型, 使用张量旋转的方法扣除刚性位移影响, 沿流线逐步求出流线上各点的应变张量分量, 进而累加求出应变张量。计算结果表明, 计算出的应变依然保持对称性, 可在一定程度上反映爆炸焊接驻点近区的特点。

1 应变场计算模型及变形率张量构建

在爆炸焊接条件下, 一般来流流速在 2 km/s ~ 3 km/s 范围内, 其驻点压力 P 大约为 $(16 \sim 35) \times 10^3$ MPa。如用 σ_b 表示材料的动态强度, 则 $\rho V_{j\infty} / (2\sigma_b)$ 的值从几十到上百 [3], 可以认为材料强度 σ_b 是一个高阶小量, 可予忽略, 这样对驻点附近的金属行为和变形过程可以作为流体模型来处理。另外当压力很大时, 金属有很小的压缩量, 所以在近似处理时忽略上述压缩量, 驻点附近行为可以采用不可压缩流体模型

来描述。所以本文以理想不可压缩流体模型来研究应变的分布规律。由于爆炸焊接是复杂的三维问题, 为简化起见, 只考虑二维平面情况且假定是对称碰撞, 整个模型在随碰撞点运动的坐标系中按定常、不可压缩、无旋流体计算。 H_1 表示两板复合后的“出流”厚度, H_2 表示再入射流厚度, $V_{j\infty}$ 是来流速度。现将坐标原点放在驻点 O 点上, 如图 1 所示。由于对称碰撞, 只以 x 坐标上方的流体为研究对象。设 u, v 分别为质点水平、垂直方向上速度分量, 对于无旋运动、不可压缩的理想流体来说可引进复速度势 $w(z) = \varphi(x, y) + i\psi(x, y)$, 其中 $\varphi(x, y)$ 为速度势函数, $\psi(x, y)$ 是流函数, $z = x + iy$ 。由于流函数 $\psi(x, y)$ 和速度势函数 $\varphi(x, y)$ 柯西-黎曼条件, 依据复函数理论知道 $w(z)$ 是解析函数, 它的导数为:

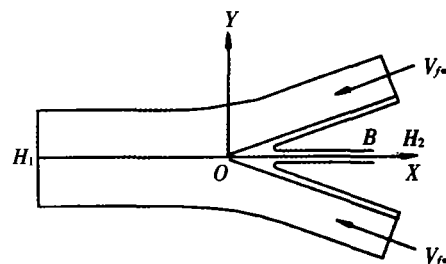


图 1 对称碰撞示意图

Fig. 1 Scheme of symmetrically colliding

$$\frac{dw}{dz} = \frac{\partial\varphi}{\partial x} + i \frac{\partial\psi}{\partial x} = u - iv = \bar{V} \quad (1)$$

其中: $\bar{V} = |V| e^{-i\theta}$ 共轭复速度 (复速度为 $V = u + iv = |V| e^{i\theta}$), 由此根据舒华兹-克里施脱弗 (Schwarz-Christoffel) 变换求出复速度势与坐标值为 [1]:

$$\frac{2\pi w}{(H_1 + H_2)V_{j\infty}} = -(1 + \cos\beta)\ln(1 + V_1) + \ln(1 +$$

收到初稿日期: 2002-03-13; 收到修改稿日期: 2003-06-28

基金项目: 国家自然科学基金资助(19972015, 10172025); 辽宁省自然科学基金资助

作者简介: 李晓杰, 男, 1963 年生, 教授, 大连理工大学工程力学系, 辽宁 大连 116023, 电话: 0411-4708307

$$e^{i\beta} V_1) + \ln(1 + e^{-i\beta} V_1) - (1 - \cos\beta) \ln(1 - V_1) \quad (2)$$

$$z = x + iy = \frac{H_1 + H_2}{2\pi} \{ (1 + \cos\beta) \ln(1 + V_1) - e^{i\beta} \ln(1 + e^{i\beta} V_1) - e^{-i\beta} \ln(1 + e^{-i\beta} V_1) - (1 - \cos\beta) \cdot \ln(1 - V_1) \} \quad (3)$$

其中 $V_1 = \bar{V} / V_{j\infty} = u - iv$ 是无量纲的共轭复速度(注: 以下 u, v 为无量纲量)。

在二维坐标系下, 变形率可以表示成二阶张量的

形式: $\dot{E} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \\ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) & \frac{\partial v}{\partial y} \end{bmatrix}$, 对于不可压缩理想无

旋流体有: $\frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{\partial v}{\partial y}; \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial v}{\partial x}$ 所以变形率张量可进一步表示成:

$$\dot{E} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial u}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial y} & -\frac{\partial u}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (4)$$

同时由 (u, v) 构成的复速度 V_1 满足柯西-黎曼条件(即不可压缩和无旋条件), 故此, 有:

$$\frac{\partial u}{\partial x} - i \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{d\bar{V}}{dz} = \frac{\pi(1 - \bar{V}_1^2)(1 + 2\cos\beta\bar{V}_1 + \bar{V}_1^2)}{2(H_1 + H_2)\sin 2\beta}$$

$$= \frac{\pi V_{j\infty}(1 - \bar{V}_1^2)(1 + 2\cos\beta\bar{V}_1 + \bar{V}_1^2)}{2H_2(1 + \cos\beta)} \quad (5)$$

根据以上两式可写出张量 $\dot{E}_y = \dot{E}_y(u, v)$ 的具体形式。为计算沿流线上的应变, 还必须找到流函数。可将(2)式的实部与虚部分开(即把流函数和势函数分开), 最后能解出流函数满足:

$$\frac{1}{V_{j\infty} H_2 / 2} \psi(u, v) = 2 \left[(1 + \cos\beta) \text{tg}^{-1} \frac{v}{1+u} - (1 - \cos\beta) \text{tg}^{-1} \frac{v}{1+u} + \text{tg}^{-1} \frac{N}{M} - \text{tg}^{-1} \frac{K}{J} \right] / [\pi(1 - \cos\beta)] \quad (6)$$

其中: $M = 1 + u\cos\beta + v\sin\beta; N = -v\cos\beta + u\sin\beta;$

$$J = 1 + u\cos\beta - v\sin\beta; K = v\cos\beta + u\sin\beta$$

取 $H_2 V_{j\infty} / 2$ 为流函数单位, 单位流函数相当于流线远离焊接界面半倍射流厚度。对一个给定的流函数值, 方程(6)是关于 u, v 的二元超越方程, 并可转化为速度模 $|V_1|$ 和夹角 θ 的二元方程。已知一个角度可以求出对应的速度模值。把结果代入(5)可求得变形率张量的分量。对应流线上每一个点的变形率张量一旦求出, 就可通过下面的应变计算方法进行应变求解。

2 应变计算

在连续介质力学中, 物体变形时, 每个微元体都

在不断的位移、旋转、变形, 不同时刻, 所处的方位和形状不同。由定常假定条件, 可知流线和迹线相同, 流线上的特征表现了迹线的特点, 也就是说流线上的应变的变化相当于流体中某个微元体在沿实际运动迹线的应变变化。图 2 是按照上节的计算方法, 绘制出的当流函数值为 ψ_1 时的流线图, 其中 ξ 方向是流线方向, 同时也是迹线方向, 图 2 中 n, τ 分别代表流线的法向、切向方向。如图我们知道微元体沿迹线的运动是由平动、旋转、变形三者合成而来的, 在求解应变时, 必须把其中的旋转因素排除。本文的应变计算采用了文献[2]提供的自然应变的计算方法。

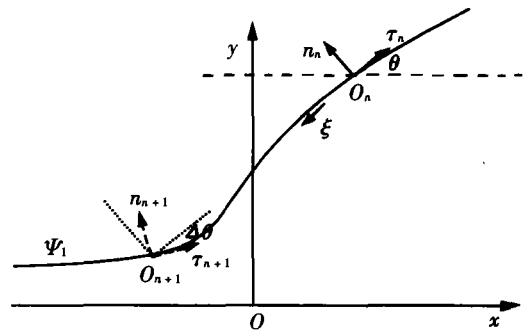


图 2 流线图

Fig. 2 Diagram of stream line

计算自然应变与计算工程应变不同, 只能给出各个时刻应变增量的表达式, 或应变率的表达式, 于是求解应变只能从自然应变增量或应变率来求出。在二维空间里, 自然应变可以表示成二阶张量的形式:

$$E = \begin{bmatrix} E_{11} & E_{12} \\ E_{21} & E_{22} \end{bmatrix}$$

通过 \dot{E} 求 E , 积分很困难, 只能用差分方法。根据 \dot{E} 定义则有:

$$\dot{E} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta E}{\Delta t} = \lim_{t_n \rightarrow t_{n+1}} \frac{E_{n+1}^T - E_n}{t_{n+1} - t_n}$$

将它化为差分, 则有: $E_{n+1}^T - E_n = \dot{E}_n \Delta t$, 从而得到:

$$E_{n+1} = E_n + \dot{E}_n \Delta t \quad (7)$$

其中: $(E_n^T)_{ij} = (E_n)_{kl} m_{ik} m_{jl}$

$$(\dot{E}_n^T)_{ij} = (\dot{E}_n)_{kl} \beta_k \beta_l \quad (i, j, k, l = 1, 2)$$

具体分量计算得:

$$(E_n^T)_{11} = (E_n)_{11} \cos^2 \Delta \theta + (E_n)_{22} \sin^2 \Delta \theta + 2(E_n)_{12} \cos \Delta \theta \sin \Delta \theta = (E_n)_{11} \cos 2\Delta \theta + (E_n)_{12} \sin 2\Delta \theta$$

$$(E_n^T)_{22} = (E_n)_{22} \cos^2 \Delta \theta + (E_n)_{11} \sin^2 \Delta \theta - 2(E_n)_{12} \cos \Delta \theta \sin \Delta \theta = -(E_n)_{11} \cos 2\Delta \theta - (E_n)_{12} \sin 2\Delta \theta = -(E_n^T)_{11}$$

$$(E_n^T)_{12} = (E_n^T)_{21} = (E_n)_{22} \sin \Delta \theta \cos \Delta \theta + (E_n)_{12} \cdot (\cos^2 \Delta \theta - \sin^2 \Delta \theta) - (E_n)_{11} \cos \Delta \theta \sin \Delta \theta = -(E_n)_{11} \sin 2\Delta \theta + (E_n)_{12} \cos 2\Delta \theta$$

$$\begin{aligned}
 (\dot{E}_n^\pm)_{11} &= (\dot{E}_n)_{11} \cos^2 \theta + (\dot{E}_n)_{22} \sin^2 \theta + 2(\dot{E}_n)_{12} \\
 &\cdot \cos \theta \sin \theta = (\dot{E}_n)_{11} \cos 2\theta + (\dot{E}_n)_{12} \sin 2\theta \\
 (\dot{E}_n^\pm)_{22} &= (\dot{E}_n)_{22} \cos^2 \theta + (\dot{E}_n)_{11} \sin^2 \theta - 2(\dot{E}_n)_{12} \\
 &\cdot \cos \theta \sin \theta = -(\dot{E}_n)_{11} \cos 2\theta - (\dot{E}_n)_{12} \sin 2\theta = -(\dot{E}_n^\pm)_{11} \\
 (\dot{E}_n^\pm)_{12} &= (\dot{E}_n^\pm)_{21} = (\dot{E}_n)_{22} \sin \theta \cos \theta + (\dot{E}_n)_{12} \\
 &\cdot (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) - (\dot{E}_n)_{11} \cos \theta \sin \theta \\
 &= -(\dot{E}_n)_{11} \sin 2\theta + (\dot{E}_n)_{12} \cos 2\theta
 \end{aligned}$$

其中 $\theta, \Delta\theta$ 的含义见图 2 标示, θ 是第 n 时刻标架坐标 $(n_n o_n \tau_n)$ 相对于原始坐标 (xoy) 的转角, $\Delta\theta$ 是第 $n+1$ 时刻标架坐标 $(n_{n+1} o_{n+1} \tau_{n+1})$ 相对于第 n 时刻坐标标架的转角。

公式(7)中的 Δt 为: $\Delta t = \Delta l / \sqrt{u_n^2 + v_n^2}$

根据上面的一系列计算公式, 如果把流线(迹线)上各点计算出的变形率张量和应变张量逐步叠加到第 n 时刻可以求出第 n 时刻当前位置点的应变张量。

3 计算结果与分析讨论

为了全面的研究爆炸焊驻点附近的应变计算, 一定要考虑碰撞角度的大小, 距焊接界面的远近。所以本文采用 $6^\circ, 13^\circ$ 两个碰撞角度, 不同流线(即不同流函数)来研究。首先研究碰撞角度为 6° 沿某一流线上应变分布规律。取 $\psi = -0.1$ 代入公式(6), 公式成为了速度模(模值不大于 1.0)和夹角的二元方程。分析可知, 夹角 $180^\circ + \beta$ 到 270° 变化, 给出特定的夹角, 可以求出速度模。用速度模和夹角求出 u, v , 已经知道变形率张量分量是 u, v 的函数, 代入式(5)能求出对应的变形率张量, 把求出的所有变形率张量存储到特定的数据结构中, 然后把得到的数据整理, 按照式(7)沿流线叠代求出流线上对应点的应变张量(各个应变张量也是微元体从无穷远运动到某一点时的应变张量)。同样的能求出 $\psi = -0.5, -1.0, -2.0$ 流线上的应变张量。它们的应变张量分量分布规律见图 3。如果碰撞角为 $\beta = 13^\circ$ 也可以计算, 应变张量分量分布规律见图 4。这里的图 3, 图 4 没有给出驻流线($\psi = 0.0$)上的分布规律, 因为在驻流线上求应变积分的时候, 在数学上遇到奇点(即速度为零的驻点), 不好积分, 当然分布规律也比较特殊; 同时驻流线一直延续到焊接界面上, 也必须考虑在焊接界面上的分布情况。对它进行专门研究, 以碰撞角为 13° 计算研究驻流线上应变张量分布。结果如图 5 所示。

从上面的计算结果知道, 流线上的不同点张量分量的分布规律相当于流体中一个微元体沿迹线的张量分量变化规律, 它的变化规律真实地反映了微元体

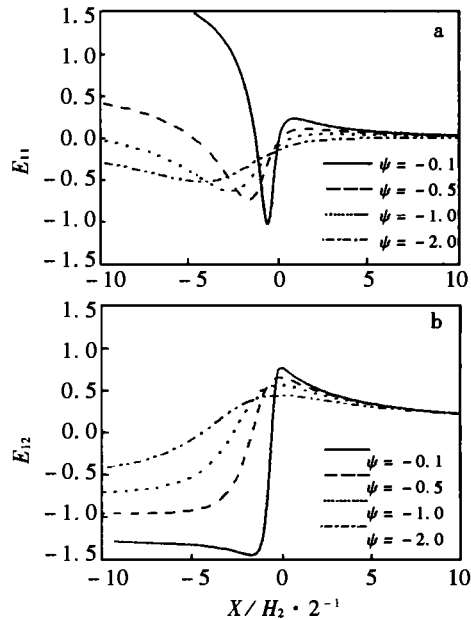


图 3 当 $\beta = 6^\circ$ 不同流线上 E_{11} (a) 和 E_{12} (b) 图
Fig. 3 Diagram of E_{11} (a) and E_{12} (b) with different ψ at $\beta = 6^\circ$

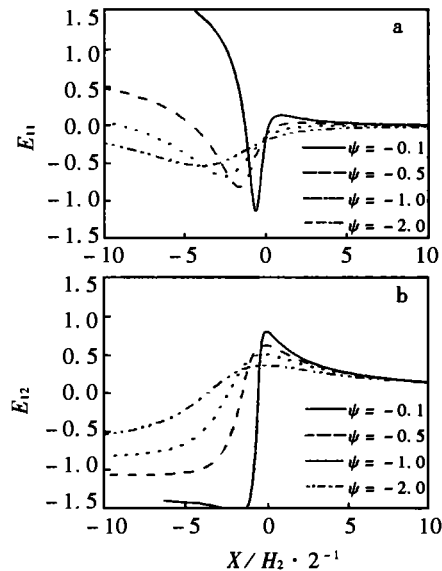
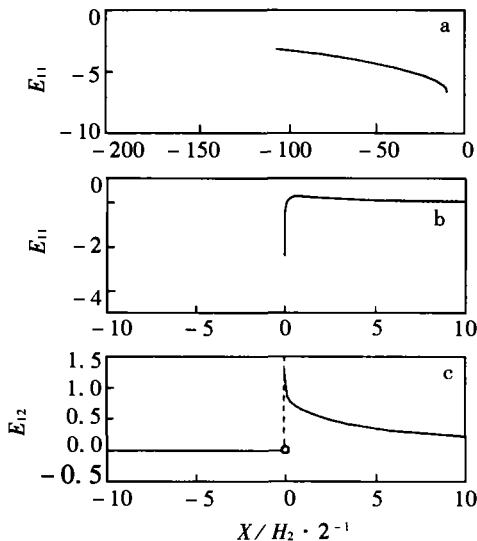


图 4 当 $\beta = 13^\circ$ 不同流线上 E_{11} (a) 和 E_{12} (b) 图
Fig. 4 Diagram of E_{11} (a) and E_{12} (b) with different ψ at $\beta = 13^\circ$

沿迹线的应变变化情况, 我们进一步作如下分析讨论:

(1) 在驻流线上质点从无穷远向驻点运动过程中, E_{11} 趋向于负的无穷大(见图 5b), 剪应变 E_{12} 趋向于正的无穷大(见图 5c 右支); 质点从驻点向出流方向流向无穷远的过程中, E_{11} 从负的无穷大趋向于零(见图 5a), E_{12} 为零(见图 5c 左支), 碰撞后的界面上没有剪应变。

(2) 从离开界面一定距离流线上的计算结果来看(图 3, 图 4), 有一个明显的特征, 随着当量流函数绝对值的增大(即离焊接界面越远), E_{11}, E_{12} 均趋于

图 5 当 $\beta = 13^\circ$ 驻流线上应变图Fig. 5 Diagram of strain with $\psi = 0.0$ at $\beta = 13^\circ$

平坦,应变减小。可以推知如果当量流函数绝对值继续增大,达到最大值(即在碰撞板的上自由表面时),整个流线上应变不变化,维持初始的零值。

(3) 从图 3, 图 4 还可见,驻点附近的应变变化很快,应变在驻点附近 5 倍射流厚度内就已经完成突变,这是由于此处的变形率强烈变化所引起的。如果要计算材料在驻点附近熔化情况,我们只要研究离焊接界面几倍射流厚度即可。从图 3, 图 4 各个图来讲,当量流函数数值越小,应变曲线的“波谷”越低,应变变化的越大。

(4) 对比图 3 和图 4 中各图可见,尽管碰撞角不同,应变图形却极为相似,不但 E_{11} , E_{12} 变化规律相同,其数值也几乎相等。由于我们采用射流厚度作为坐标单位,这表明应变的变化规律只与射流厚度有

关,而与碰撞角 β 没有单独的关系,至少在本文所计算的 $2\beta \leq 26^\circ$ 范围内成立。

4 结 语

如果用塑性力学的理论构建驻点近区的本构方程,把得出的自然应变分布规律结合应变率研究将可以很好地解释爆炸焊接机制问题及对爆炸焊接中的沉热、传热,脆性材料界面绝热剪切等进行深入研究。另外,还存在的问题是对几何非线性大变形的处理问题,本文是采用了自然应变计算方法来研究的,如果考虑几何非线性应采用 Green 应变和 Almansi 应变来进行计算,计算的结果也会不一样,如何考虑 Green 应变和 Almansi 应变有待于进一步的理论研究。

致 谢: 本文在应变计算理论思路上得益于国防科学技术大学吕洪生教授的指教,在此作者深表感谢。

参考文献 References

- [1] Shao Binghuang (邵丙璜), Zhang Kai (张 凯). *Explosion Welding Principal and Its Application* (爆炸焊接原理及其工程应用) [M]. Dalian: Dalian University of Science and Technology Press, 1987: 235 ~ 238
- [2] Lu Hongsheng (吕洪生) et al. *Continuum Mechanics (Volume Two)* (连续介质力学(下)) [M]. Changsha: National University of Defence Technology Press, 1999: 139 ~ 144
- [3] Wang Lili (王礼立). *Progress of Impact Dynamics* (冲击动力学进展) [M]. Hefei: University of Science and Technology of China Press, 1992: 370

Analysis of Strain Field Near Stagnation Point in Explosive Welding

Li Xiaojie, Yu Honghao, Wang Jinxiang, Zhang Yueju
(Dalian University of Technology, Dalian 116023, China)

Abstract: In this paper, an ideal liquid model of symmetrically colliding was taken to analyze the distribution character of natural strain field. The results show that the strain at stagnation point is infinite, and strain saltaion is completed in fivefold jet thickness at explosive welding interface.

Key words: explosive welding; stagnation point; strain field

Biography: Li Xiaojie, Professor, Department of Engineering Mechanics, Dalian University of Technology, Dalian 116023, P. R. China, Tel: 0086-411-4708307